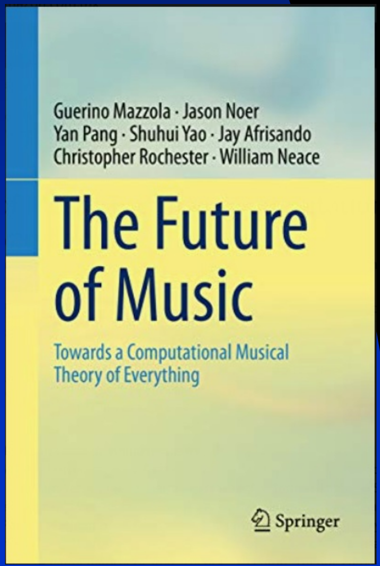
EN EL UNIVERSO DE LA MATEMÁTICA PURA Y APLICADA:

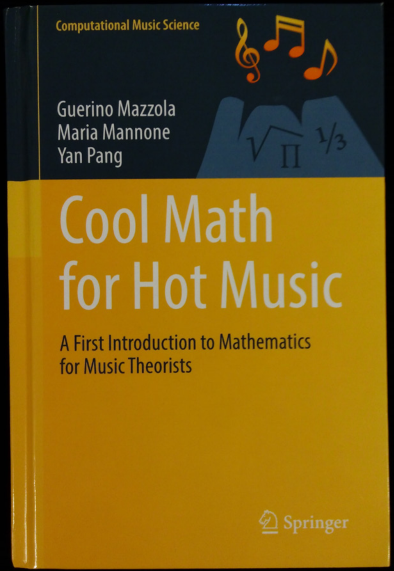
LA TEORÍA MATEMÁTICA DE LA MÚSICA

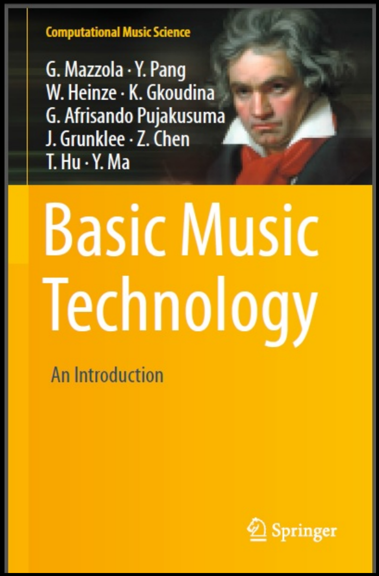
Y SU TECNOLOGÍA

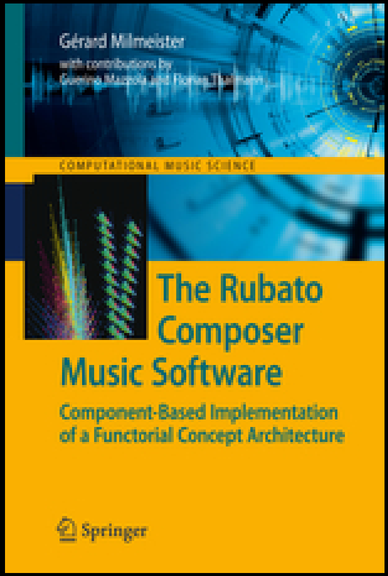
Dr. Emilio Lluis-Puebla

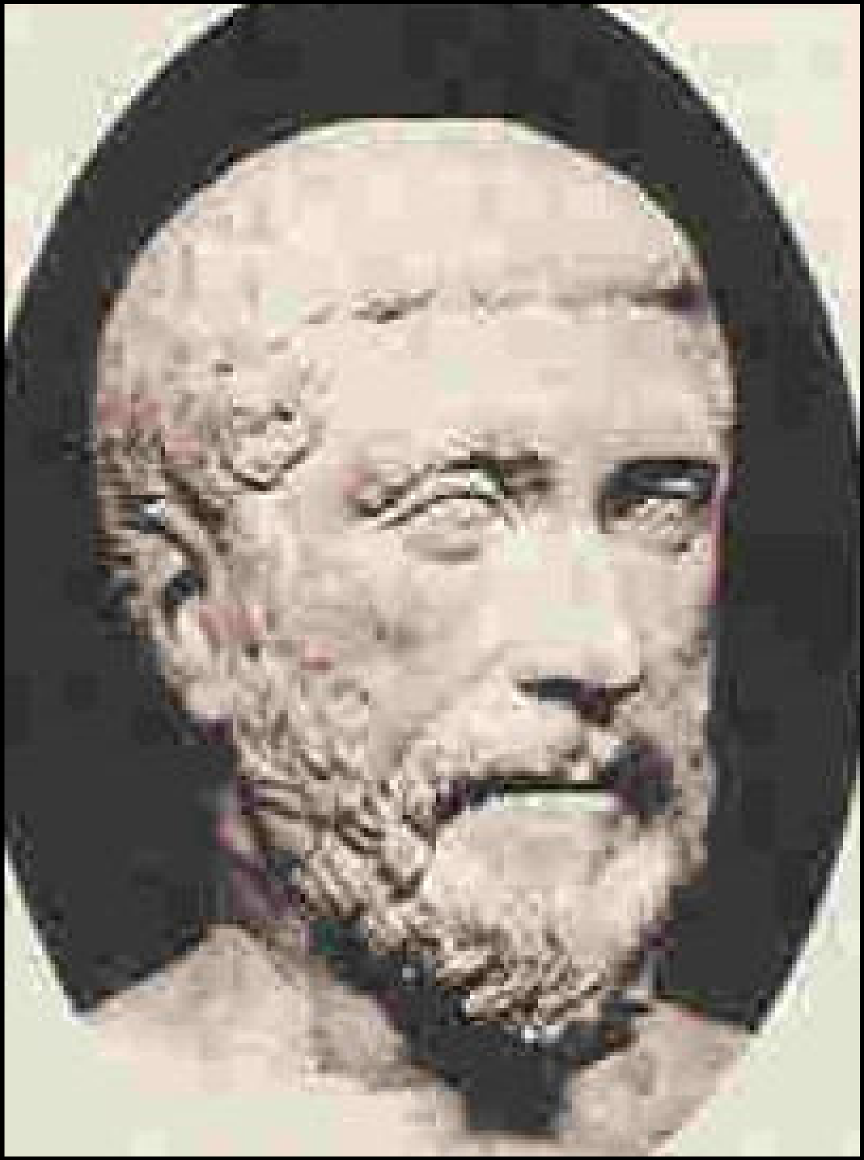
Casi todo lo que diré en esta conferencia está contenido en los libros, The Future of Music, Cool Math for Hot Music, Basic Music Technology y The Rubato Composer Music Software de Guerino Mazzola et al esperando que sirva como motivación al interesado para adentrarse en estos fascinantes campos del conocimiento matemático.



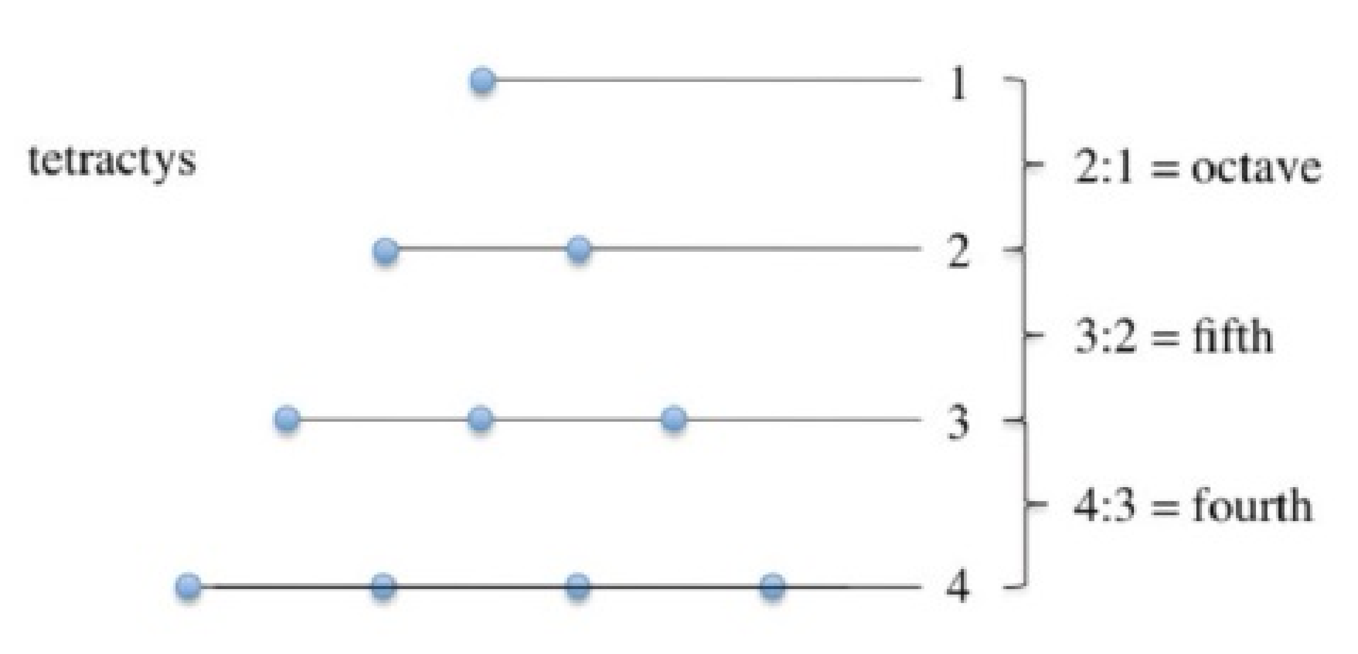








Pitágoras
(569 – 475 AC aproximadamente)



tetractys
1
2
3
4
2:1 = octave
3:2 = fifth
4:3 = fourth

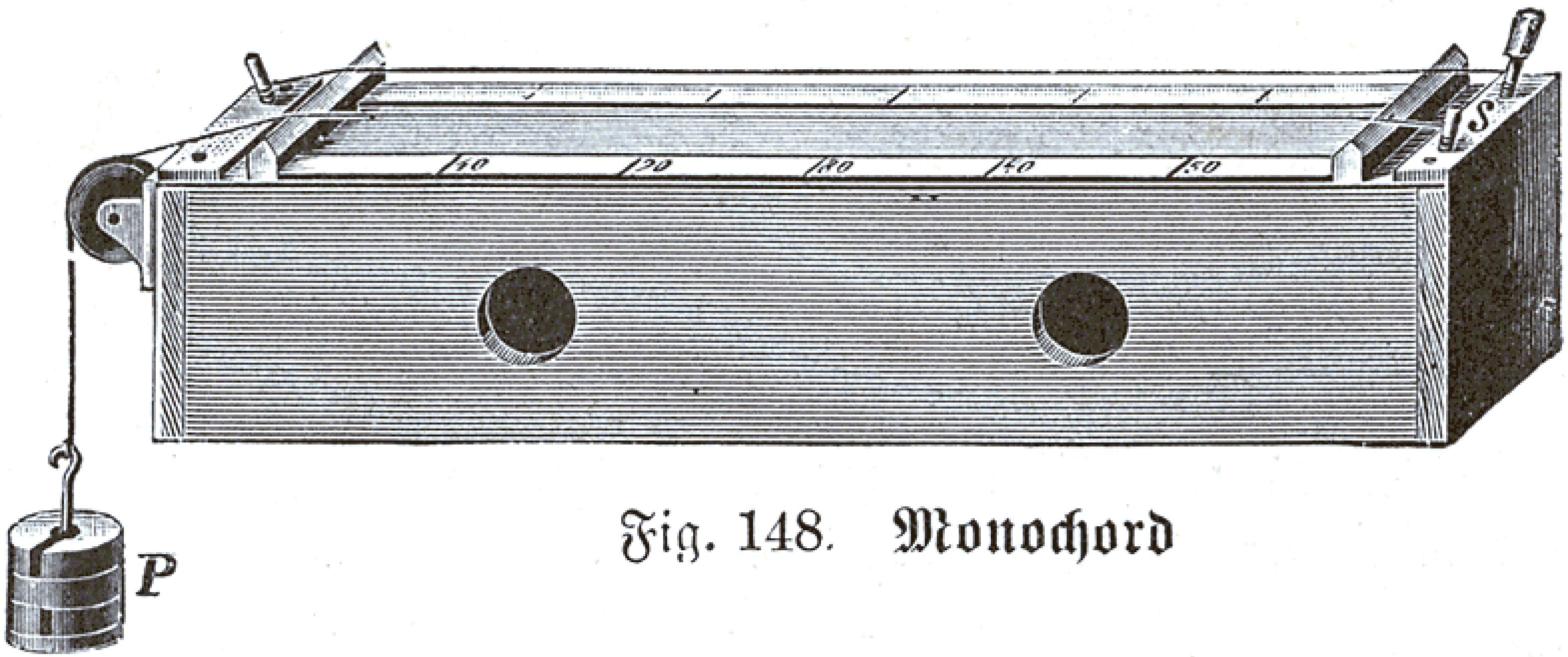
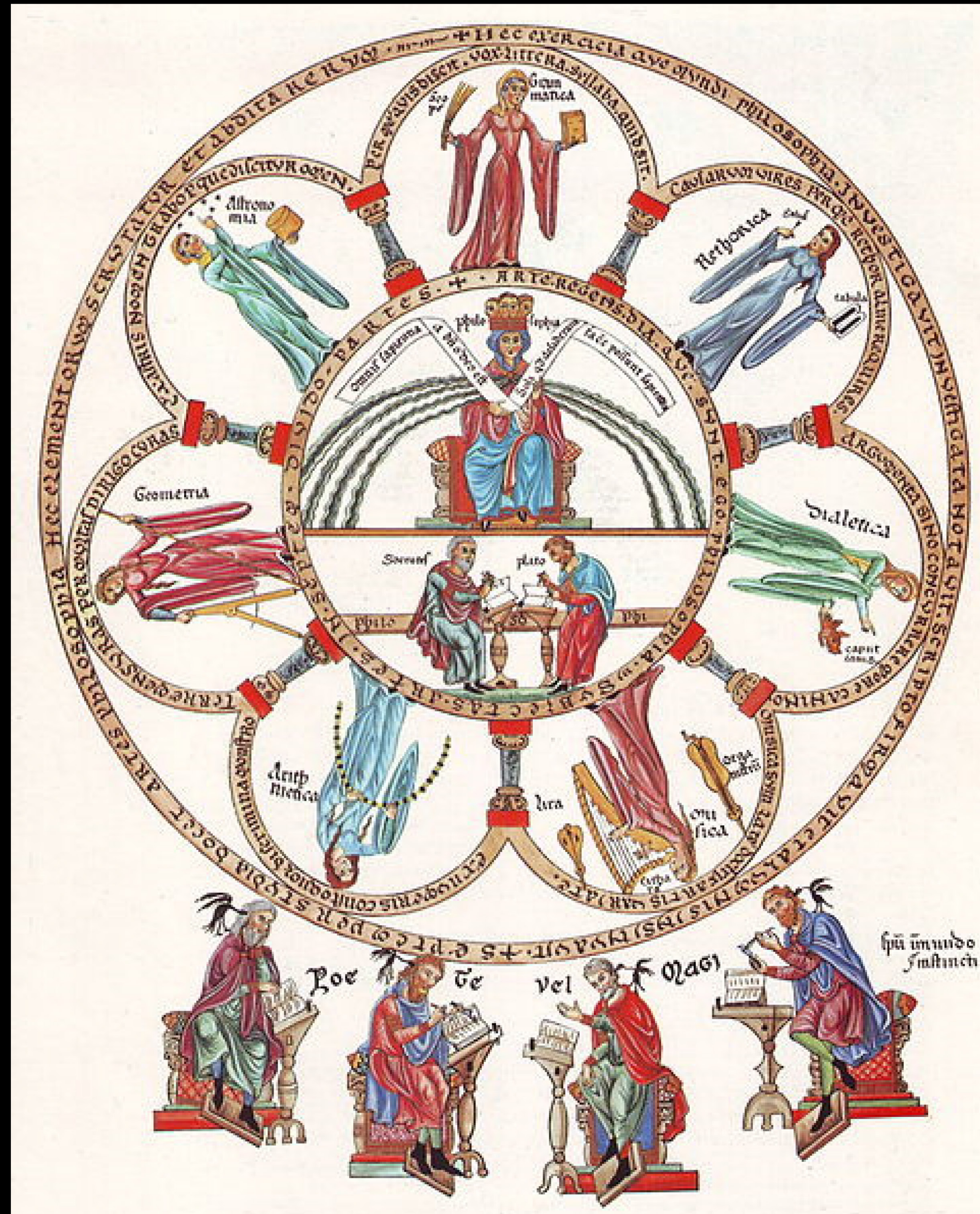
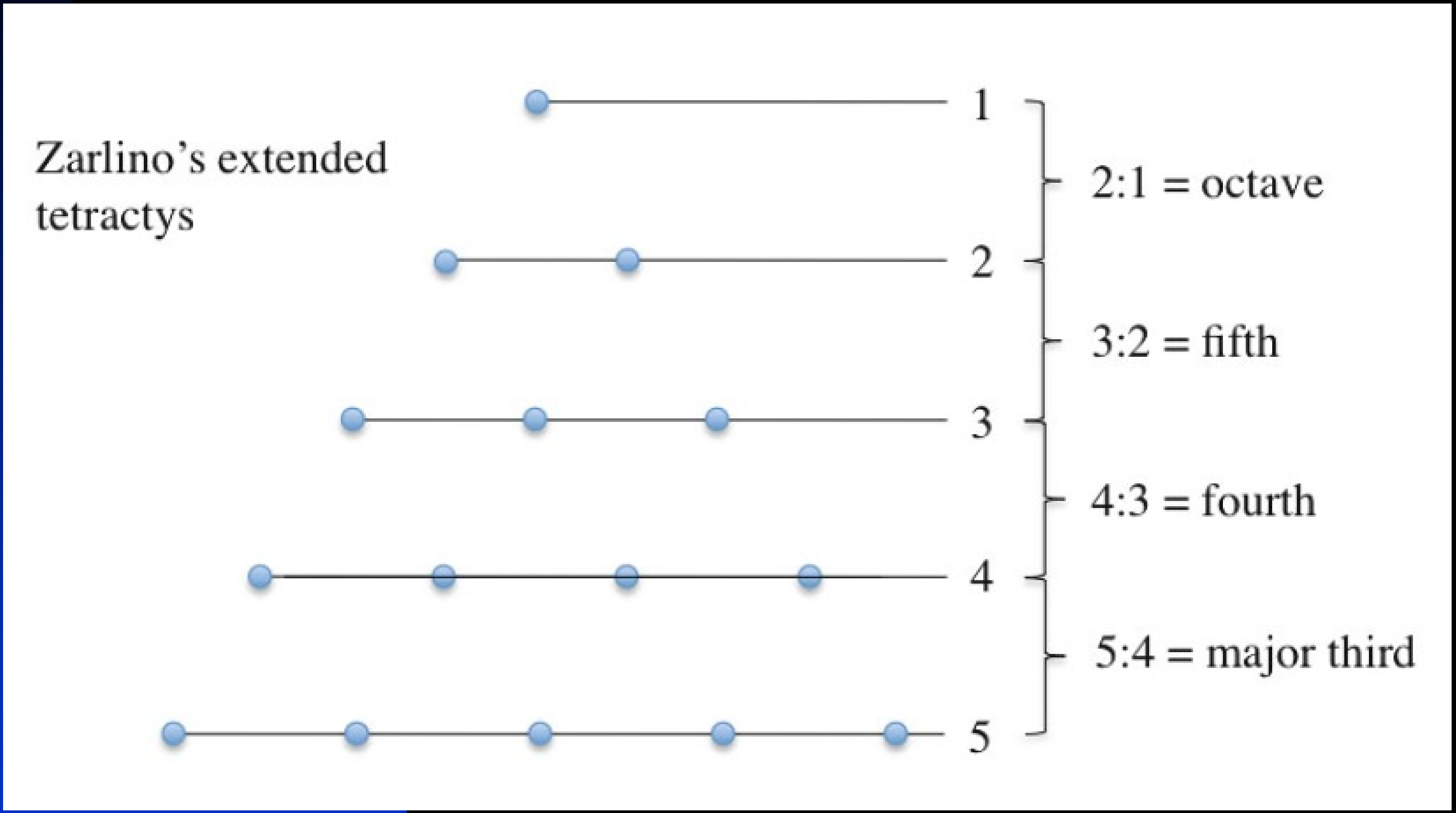


Fig. 148. Monochord


Geometria
plato

Gioseffo Zarlino


Zarlino's extended tetractys
1
2
3
4
5
2:1 = octave
3:2 = fifth
4:3 = fourth
5:4 = major third

Zaiyu Zhu

J. S. Bach

Athanasius Kircher

Leonhard Euler

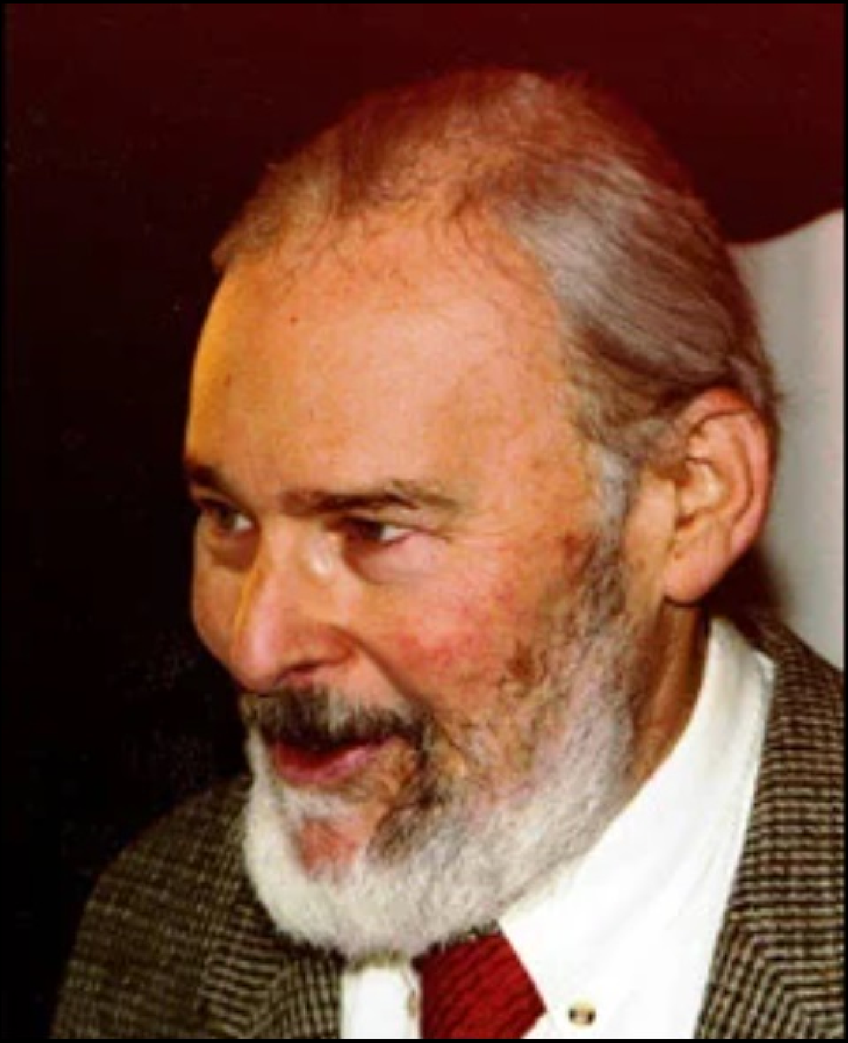
Joseph Fourier

Herrmann von Helmholtz

Wolfgang Graeser

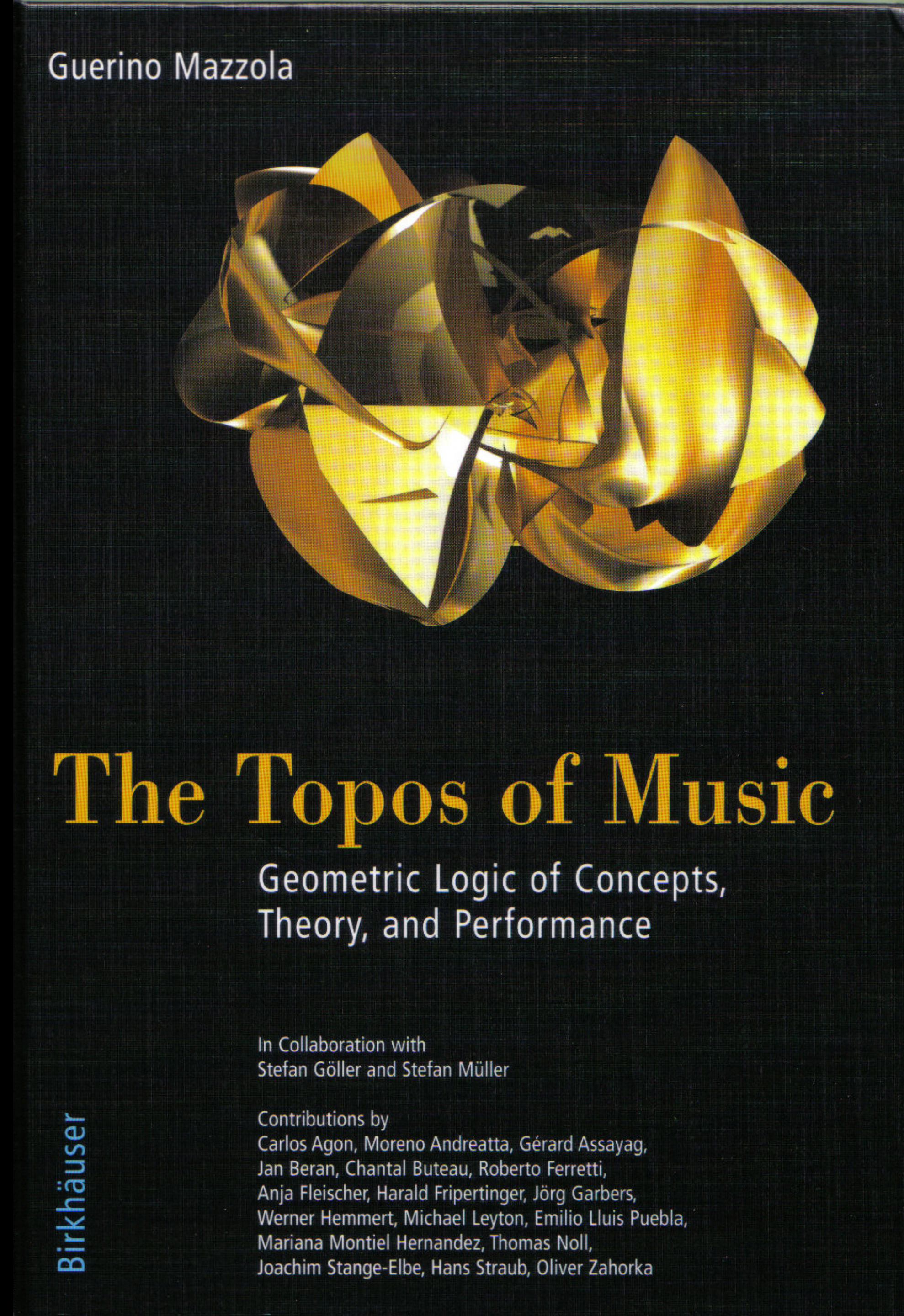
Iannis Xenakis (1922-2001)

Pierre Boulez (1925-2016)



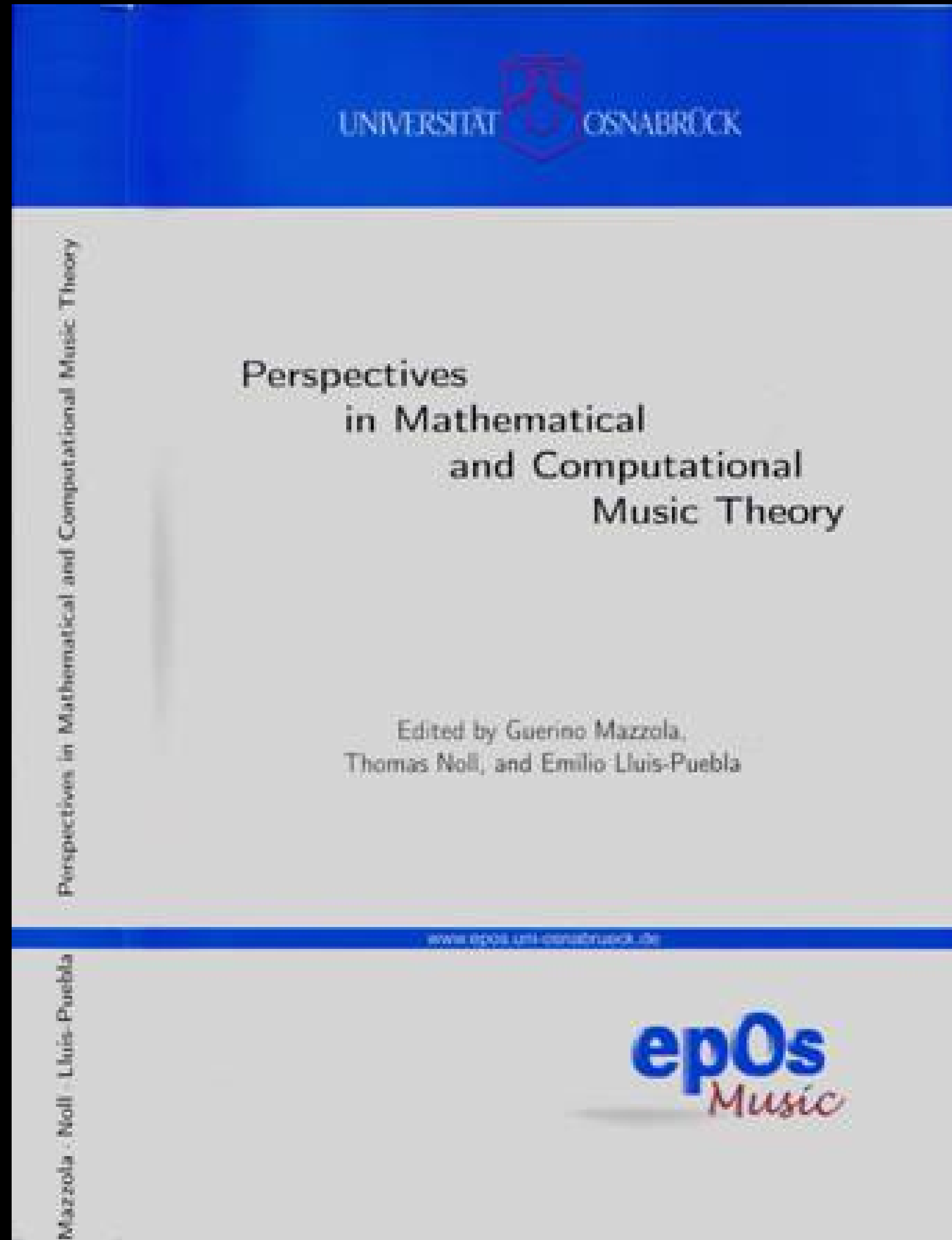
David Lewin (1933-2003)

- Guerino Mazzola y Emilio Lluis-Puebla en 1997

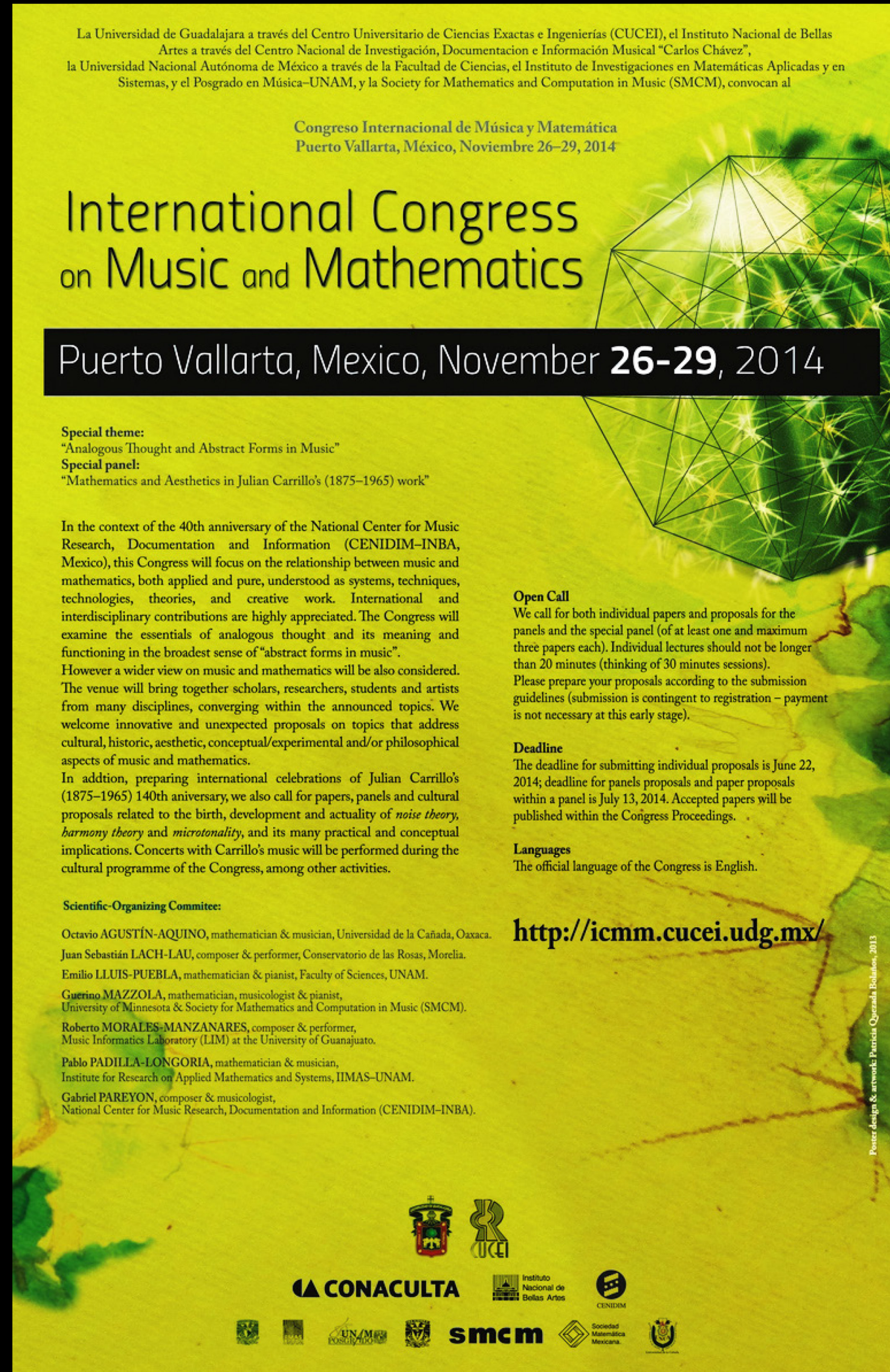

Guerino Mazzola
The Topos of Music
Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance
In Collaboration with
Stefan Göller and Stefan Müller
Contributions by
Carlos Agon, Moreno Andreatta, Gérard Assayag, Jan Beran, Chantal Buteau, Roberto Ferretti, Anja Fleischer, Harald Fripertinger, Jörg Garbers, Werner Hemmert, Michael Leyton, Emilio Lluis Puebla, Mariana Montiel Hernandez, Thomas Noll, Joachim Stange-Elbe, Hans Straub, Oliver Zahorka
Birkhäuser

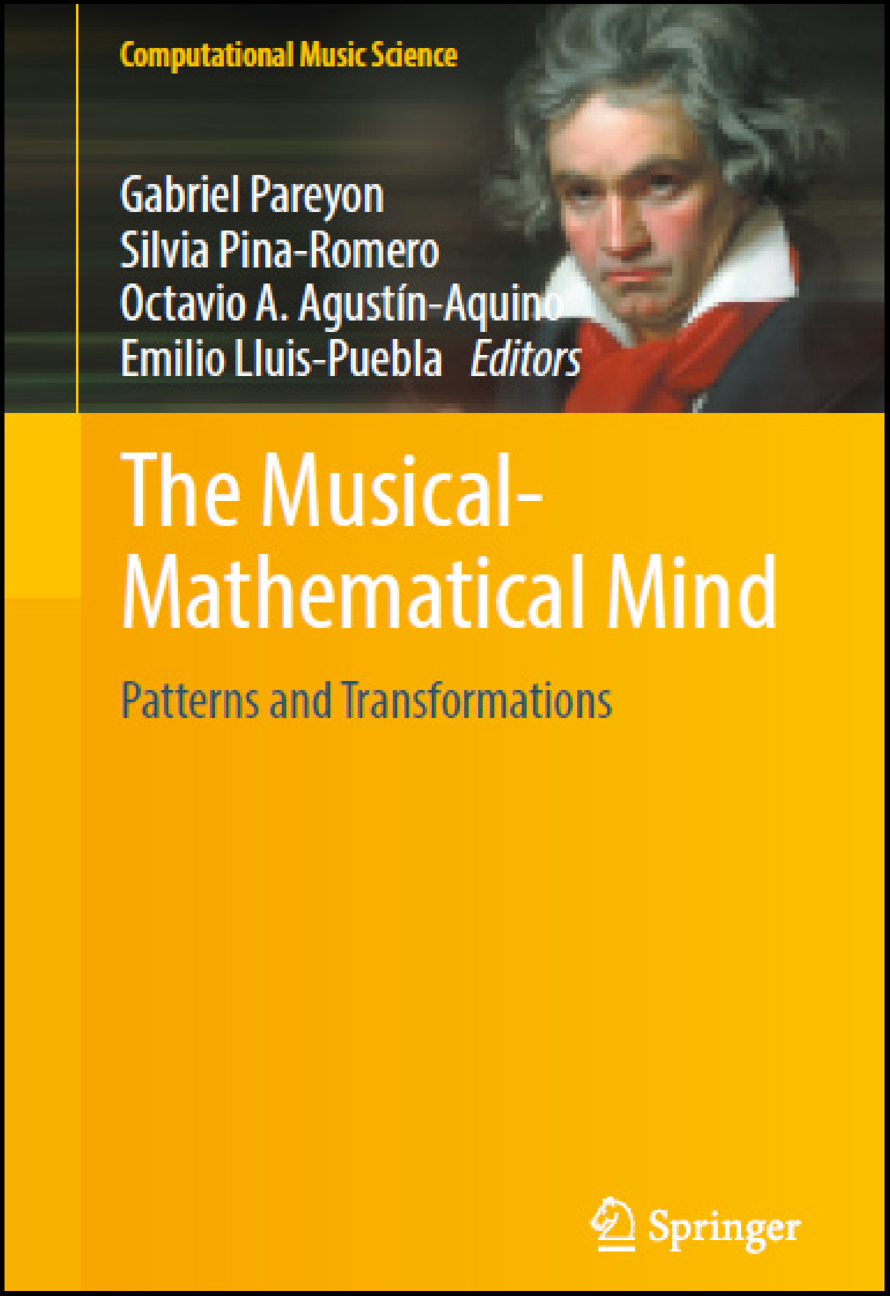
Perspectivas en la Teoría Matemática de la Música.

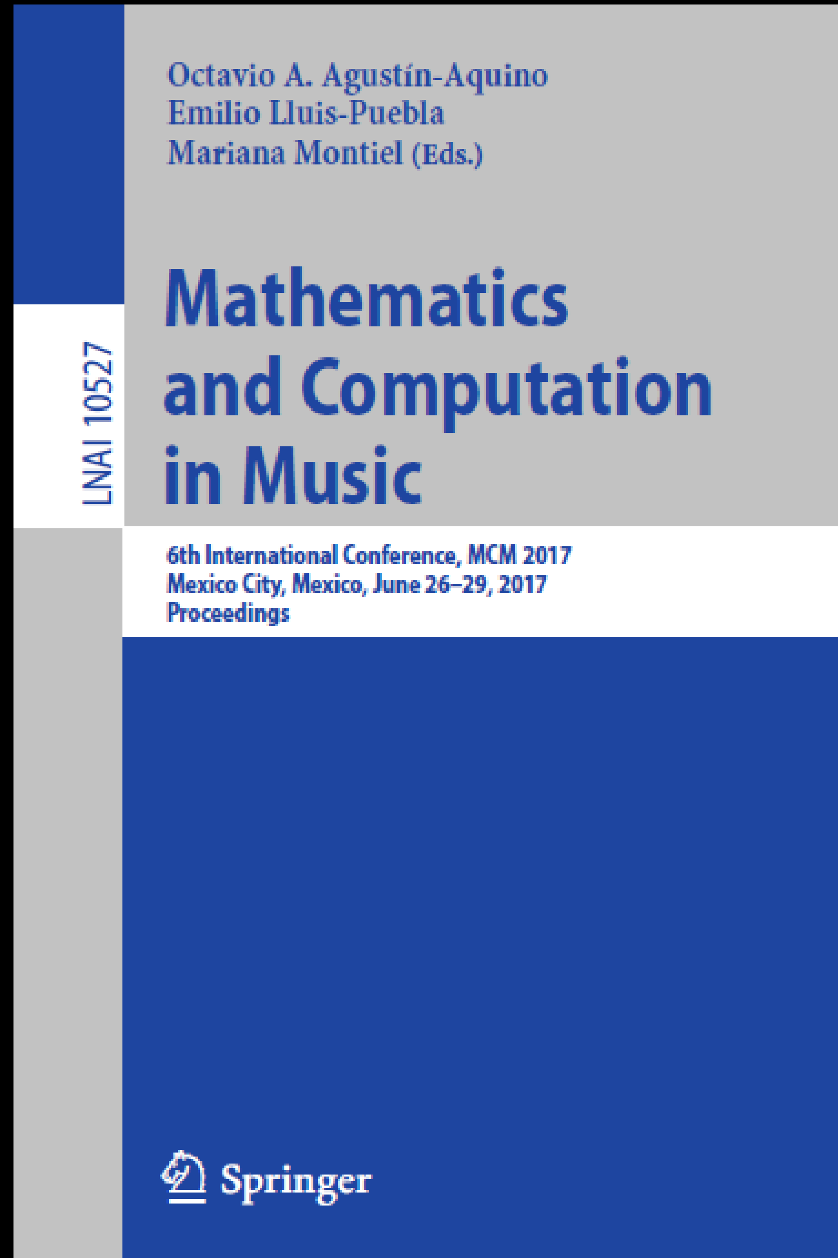
www.epos.uni-osnabrueck.de/books/m/ma_nl004/pages/

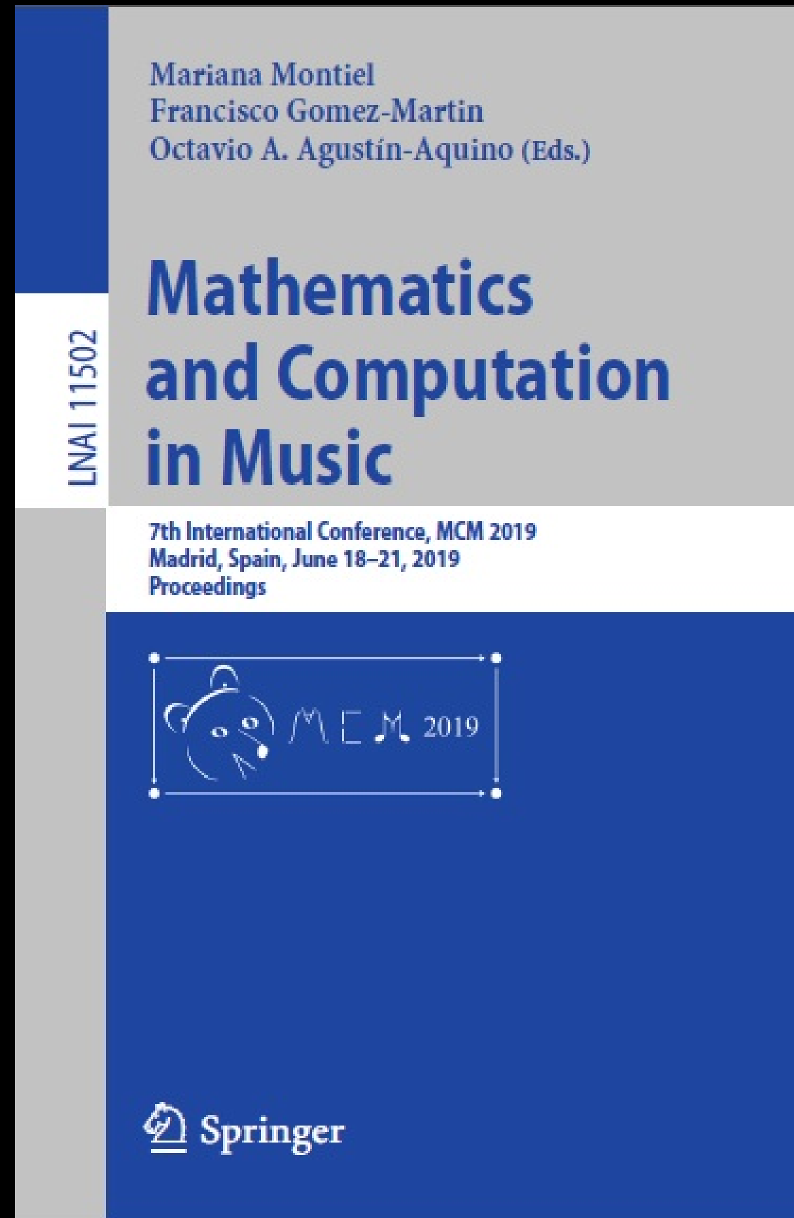


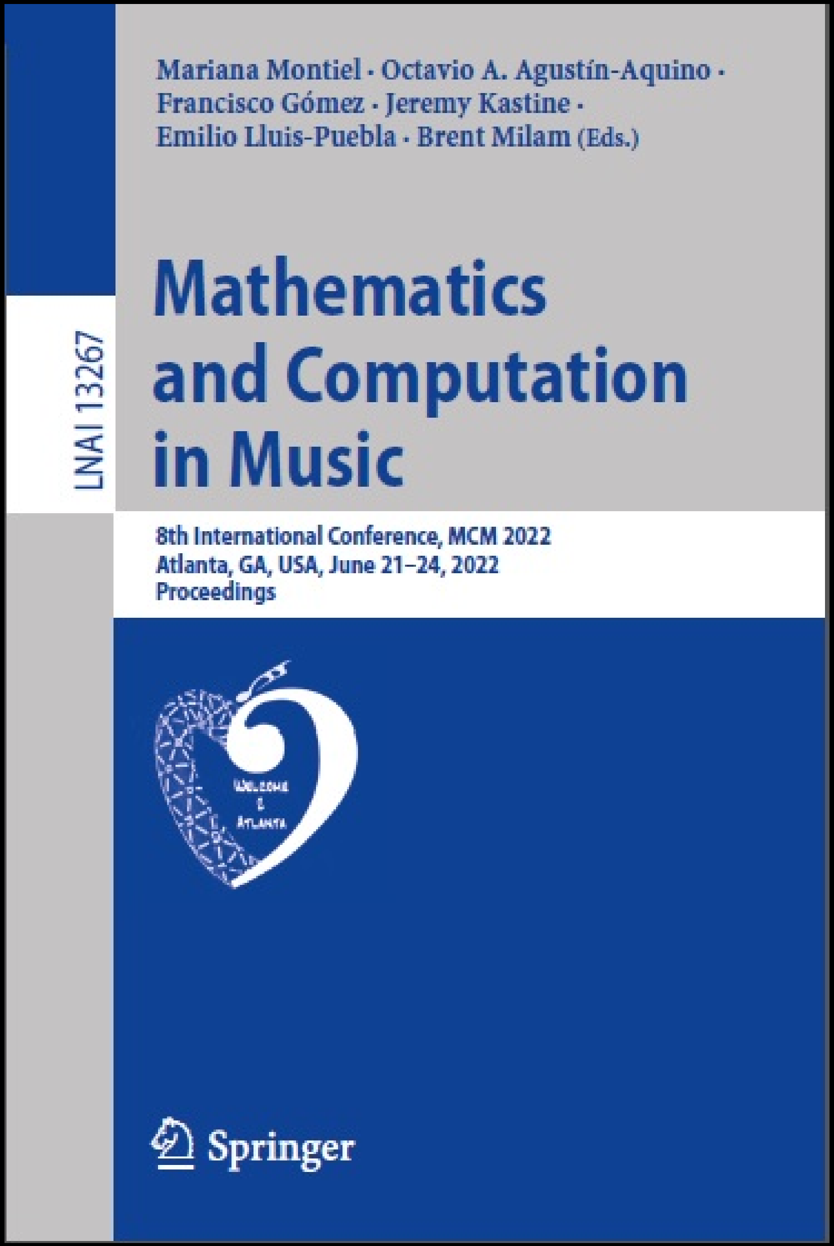

Lluis-Puebla · Agustín-Aquino Memoirs of the Fourth Intl. Sem. on Mathematical Music Theory
Publicaciones Electrónicas
Sociedad Matemática Mexicana
Memoirs of the Fourth International Seminar on Mathematical Music Theory
Emilio Lluis-Puebla
Octavio A. Agustín Aquino
(Editors)
www.smm.org.mx
Serie: Memorias. Vol. 4 (2011)


La Universidad de Guadalajara a través del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), el Instituto Nacional de Bellas Artes a través del Centro Nacional de Investigación, Documentacion e Información Musical "Carlos Chávez",
la Universidad Nacional Autónoma de México a través de la Facultad de Ciencias, el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, y el Posgrado en Música–UNAM, y la Society for Mathematics and Computation in Music (SMCM), convocan al
Congreso Internacional de Música y Matemática
Puerto Vallarta, México, Noviembre 26–29, 2014
International Congress on Music and Mathematics
Puerto Vallarta, Mexico, November 26-29, 2014
Special theme:
"Analogous Thought and Abstract Forms in Music"
Special panel:
"Mathematics and Aesthetics in Julian Carrillo's (1875–1965) work"
In the context of the 40th anniversary of the National Center for Music Research, Documentation and Information (CENIDIM–INBA, Mexico), this Congress will focus on the relationship between music and mathematics, both applied and pure, understood as systems, techniques, technologies, theories, and creative work. International and interdisciplinary contributions are highly appreciated. The Congress will examine the essentials of analogous thought and its meaning and functioning in the broadest sense of "abstract forms in music".
However a wider view on music and mathematics will be also considered. The venue will bring together scholars, researchers, students and artists from many disciplines, converging within the announced topics. We welcome innovative and unexpected proposals on topics that address cultural, historic, aesthetic, conceptual/experimental and/or philosophical aspects of music and mathematics.
In addtion, preparing international celebrations of Julian Carrillo's (1875–1965) 140th aniversary, we also call for papers, panels and cultural proposals related to the birth, development and actuality of *noise theory*, *harmony theory* and *microtonality*, and its many practical and conceptual implications. Concerts with Carrillo's music will be performed during the cultural programme of the Congress, among other activities.
Scientific-Organizing Commitee:
Octavio AGUSTÍN-AQUINO, mathematician & musician, Universidad de la Cañada, Oaxaca.
Juan Sebastián LACH-LAU, composer & performer, Conservatorio de las Rosas, Morelia.
Emilio LLUIS-PUEBLA, mathematician & pianist, Faculty of Sciences, UNAM.
Guerino MAZZOLA, mathematician, musicologist & pianist, University of Minnesota & Society for Mathematics and Computation in Music (SMCM).
Roberto MORALES-MANZANARES, composer & performer, Music Informatics Laboratory (LIM) at the University of Guanajuato.
Pablo PADILLA-LONGORIA, mathematician & musician, Institute for Research on Applied Mathematics and Systems, IIMAS–UNAM.
Gabriel PAREYON, composer & musicologist, National Center for Music Research, Documentation and Information (CENIDIM–INBA).
Open Call
We call for both individual papers and proposals for the panels and the special panel (of at least one and maximum three papers each). Individual lectures should not be longer than 20 minutes (thinking of 30 minutes sessions).
Please prepare your proposals according to the submission guidelines (submission is contingent to registration – payment is not necessary at this early stage).
Deadline
The deadline for submitting individual proposals is June 22, 2014; deadline for panels proposals and paper proposals within a panel is July 13, 2014. Accepted papers will be published within the Congress Proceedings.
Languages
The official language of the Congress is English.
http://icmm.cucei.udg.mx/
Poster design & artwork: Patricia Quezada Bolaños, 2013
CUCEI
CONACULTA
Instituto Nacional de Bellas Artes
CENIDIM
smcm
Sociedad Matemática Mexicana


Computational Music Science
Gabriel Pareyon
Silvia Pina-Romero
Octavio A. Agustín-Aquino
Emilio Lluis-Puebla Editors
The Musical-
Mathematical Mind
Patterns and Transformations
Springer


Octavio A. Agustín-Aquino
Emilio Lluis-Puebla
Mariana Montiel (Eds.)
LNAI 10527
Mathematics and Computation in Music
6th International Conference, MCM 2017
Mexico City, Mexico, June 26–29, 2017
Proceedings
Springer


Mariana Montiel
Francisco Gomez-Martin
Octavio A. Agustín-Aquino (Eds.)
LNAI 11502
Mathematics and Computation in Music
7th International Conference, MCM 2019
Madrid, Spain, June 18–21, 2019
Proceedings
MCM 2019
Springer


Mariana Montiel · Octavio A. Agustín-Aquino ·
Francisco Gómez · Jeremy Kastine ·
Emilio Lluis-Puebla · Brent Milam (Eds.)
LNAI 13267
Mathematics and Computation in Music
8th International Conference, MCM 2022
Atlanta, GA, USA, June 21–24, 2022
Proceedings
Springer

Pitágoras

Descartes

Galileo

Kepler

Leibniz

Euler

d´Alembert

Helmholtz

Clough 1979

Lewin 1982

Mazzola 1985

La TMM está compuesta de tres componentes:

El *lenguaje* preciso que define los objetos y relaciones que no estaba presente en la Teoría Musical Tradicional.

La *presentación de modelos* para procesos armónicos, melódicos, rítmicos, de contrapunto, de conducción de voces o de ejecución musical.

Y la *experimentación* de modelos teóricos.

Teoría Matemática de la Música

Guerino Mazzola

Uno de sus objetivos es el de desarrollar un marco científico para la Musicología.

Está basada en las Teorías de Módulos y Categorías, en la Topología Algebraica y Combinatoria, en la Geometría Algebraica, Teoría de Representaciones, esto es, en matemática de alto nivel. Uno de sus propósitos es el de describir las estructuras musicales.


"Dios hizo
los números naturales,
el resto es obra del hombre"
Leopold Kronecker
www.PlanetaPi.es

Definición. Un número natural es un número ordinal n tal que

(i) O bien $n = 0$

(ii) o bien $n = m^+$ (donde m es automáticamente un ordinal);

(iii) y cada $x \in n$ es 0 o $x = y^+$ (donde y es automáticamente un ordinal).

Giuseppe Peano (1858-1932)

Teorema. (Los axiomas de Peano).

(i) 0 es un número natural.

(ii) Si n es natural, entonces también lo es n^+.

(iii) 0 no es un sucesor, 0 es distinto de n^+, de cualquier número natural n.

(iv) Para los números naturales n, m; n = m sí y sólo si $n^+ = m^+$.

(v) (Prueba por inducción) Si Ψ es una propiedad de números naturales tales que Ψ(0), y $Ψ(n^+)$ siempre que Ψ(n), luego Ψ(n) para cada número natural n.

1) Contamos compases.

2) Dentro de una partitura determinada, contamos los tiempos.

A la afinación también se le asigna un valor de número natural, por ejemplo, en el código digital MIDI (Musical Instrument Digital Interface), donde el do central de un teclado tiene el número 60.

3) Para un intervalo musical, uno generalmente comienza con la nota, el tono o altura (frecuencia) de la nota inferior y cuenta el número de semitonos para alcanzar la nota superior. El intervalo unísono significa contar 0, la segunda menor tiene 1 semitono, la segunda mayor 2 semitonos, la tercera menor 3, la tercera mayor 4, la cuarta 5, el tritono 6, la quinta 7, la sexta menor 8, la sexta mayor 9, la séptima menor 10, y la séptima mayor 11 semitonos.

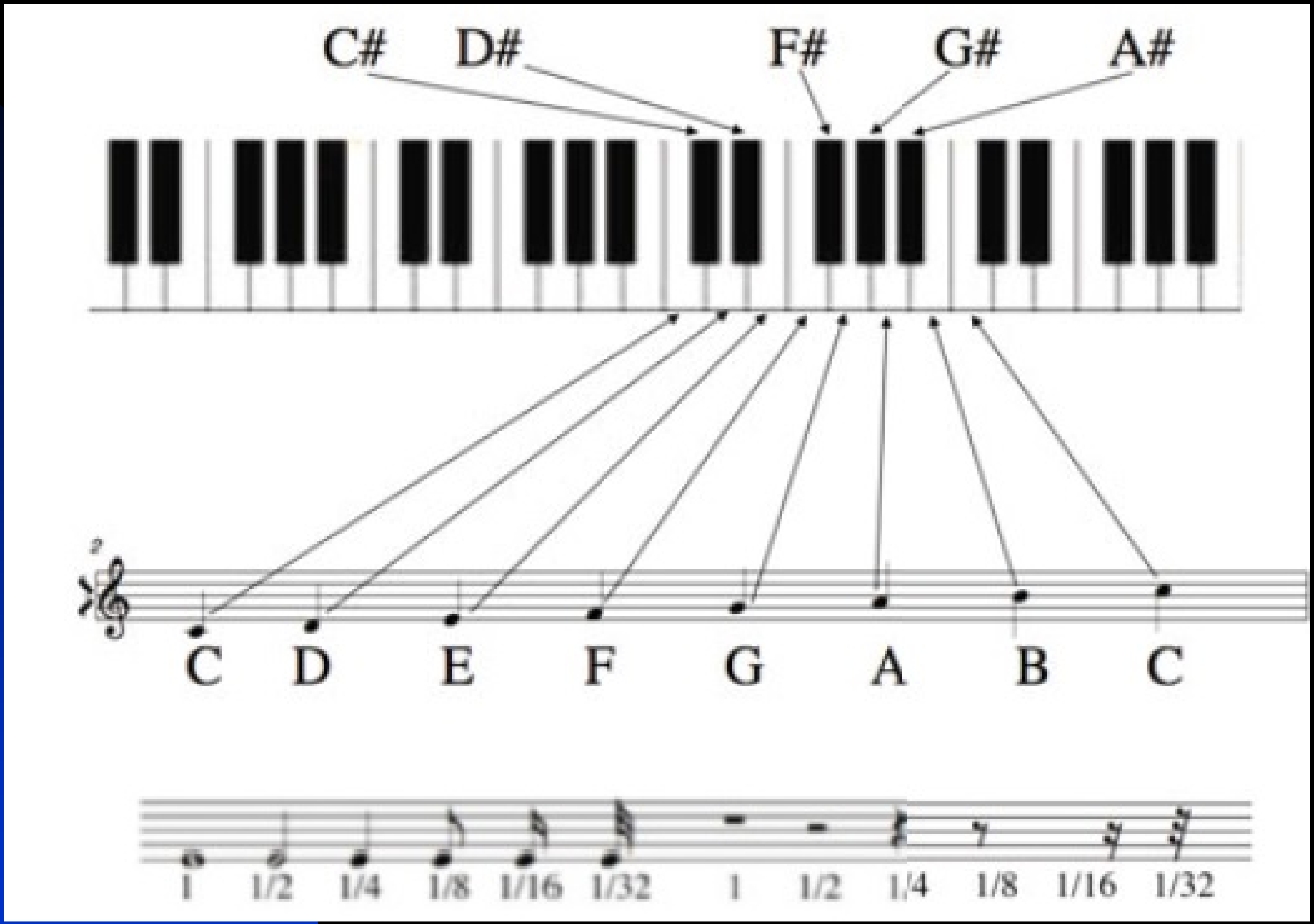
En la Composición Musical, hay un método sencillo para crear prototipos de melodías: el Dodecafonismo, inventado por el compositor y teólogo Arnold Schoenberg alrededor de 1921. Él concibió series de 12 tonos s: $O_{12} \rightarrow P_{12}$, donde O_{12} es un conjunto de 12 tiempos de inicio (onset)

$$O_{12} = \{o_0, o_1, o_2, o_3, o_4, o_5, o_6, o_7, o_8, o_9, o_{10}, o_{11}\},$$

y donde

$P_{12} = \{p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}\}$ es el conjunto de 12 nombres de las notas o tonos o alturas o frecuencias en el piano, típicamente nombrado por

$p_0 = C$, $p_1 = C\#$, $p_2 = D$, $p_3 = D\#$, $p_4 = E$, $p_5 = F$, $p_6 = F\#$, $p_7 = G$, $p_8 = G\#$, $p_9 = A$, $p_{10} = A\#$, $p_{11} = B$.


C# D# F# G# A#
C D E F G A B C
1 1/2 1/4 1/8 1/16 1/32 1 1/2 1/4 1/8 1/16 1/32

En la Música Serial, la idea de Schönberg de considerar una biyección, s: $O_{12} \rightarrow P_{12}$ se generalizó a otros parámetros más allá de las notas o tonos. Por ejemplo, los compositores seriales también consideran 12 duraciones en un conjunto

$$D_{12} = \{d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8, d_9, d_{10}, d_{11}\}.$$

Dada una serie de tonos o notas s: $O_{12} \rightarrow P_{12}$, así como una serie de duración t: $O_{12} \rightarrow D_{12}$, tomaban la serie del producto cartesiano $s \times t: O_{12} \times O_{12} \rightarrow P_{12} \times D_{12}$. Para obtener una nueva serie que determinara el tono o nota o altura junto con la duración para cada tiempo inicial, ellos la compusieron con la inyección diagonal $\Delta: O_{12} \rightarrow O_{12} \times O_{12}$. Esto produce la función deseada $s \times t \circ \Delta: O_{12} \rightarrow P_{12} \times D_{12}$.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE GRUPOS EN
SERIES DODECAFÓNICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Matemática

PRESENTA:

Alison Barbosa Guzmán

DIRECTOR DE TESIS:

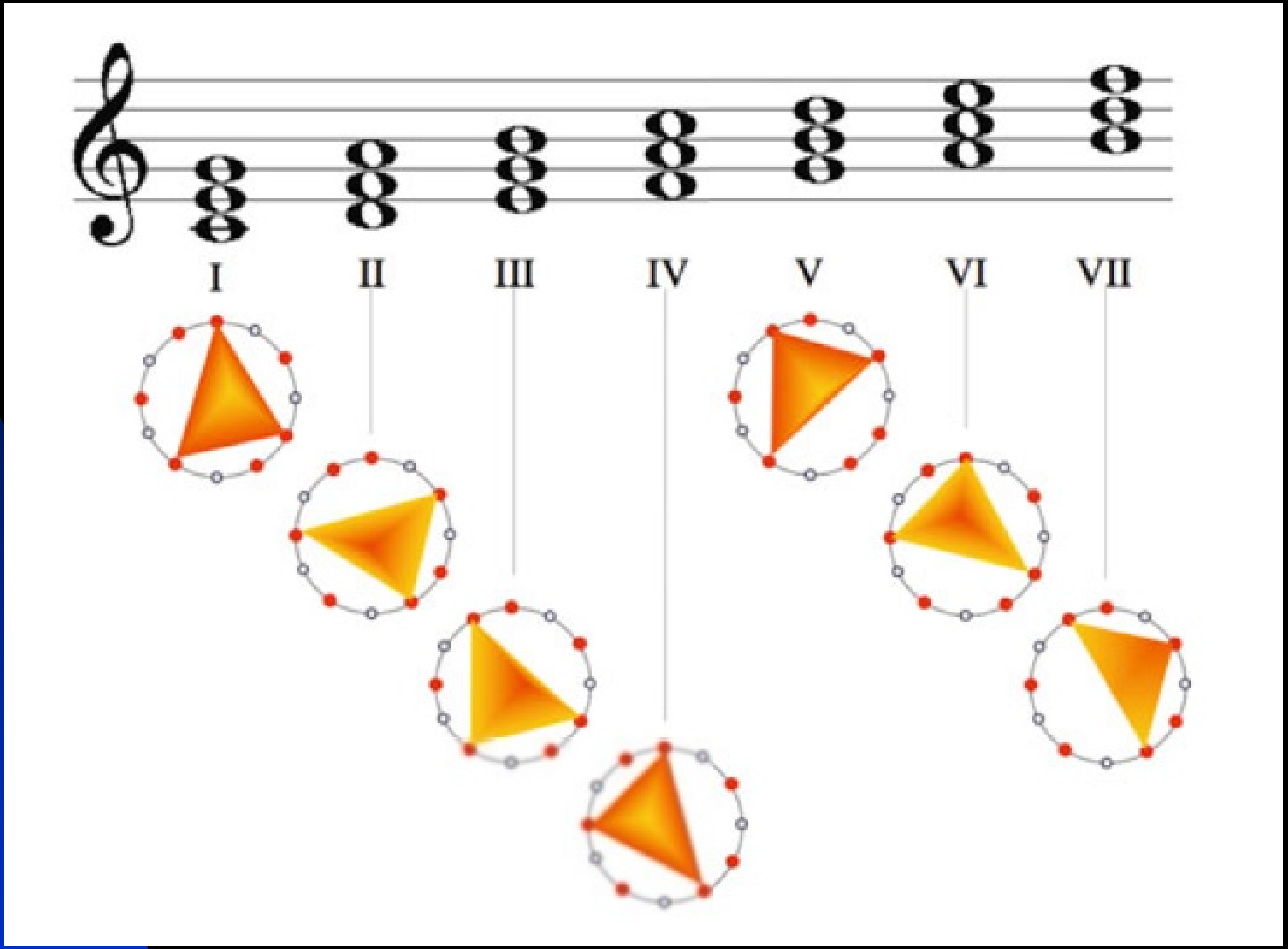
Dr. Emilio Esteban Lluis Puebla

Ciudad Universitaria, Cd.Mx. 2023

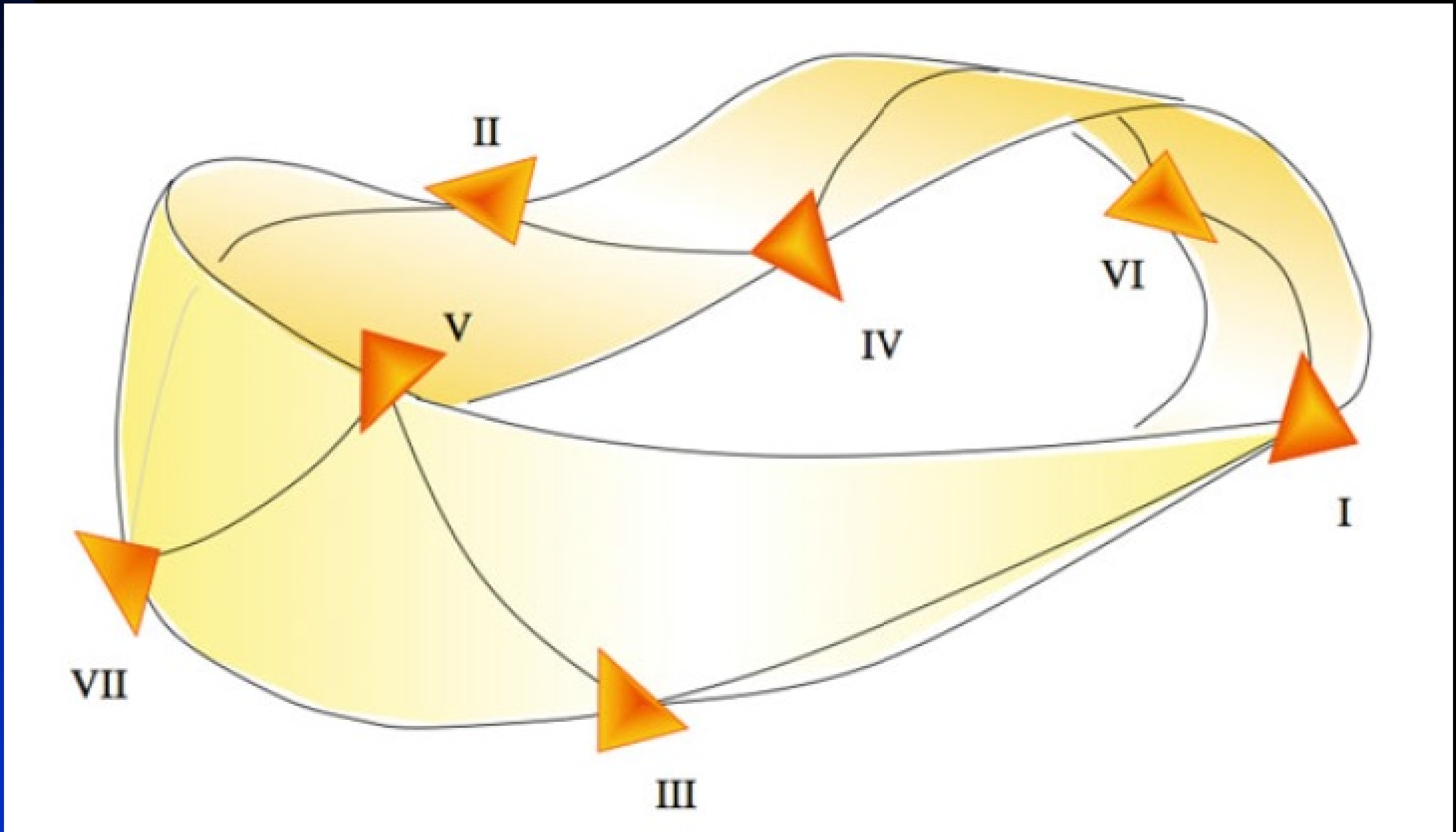
En la Teoría Musical, hay una Teoría de la Armonía que fue propuesta por Hugo Riemann llamada Teoría Funcional (Musical). Es una divertida coincidencia que también haya una Teoría Funcional (Matemática) (¡mismo nombre!) que fue desarrollada por Bernhard Riemann. Pero más allá de estas similitudes, las dos teorías no tienen nada en común. La Teoría Funcional Musical de Hugo Riemann fue el programa para atribuir a cada acorde posible una de las tres funciones armónicas posibles, Tónica (T), Dominante (D) y Subdominante (S). Esta idea definió un procedimiento para dar a las secuencias de composición de funciones armónicas el que representen el significado del movimiento armónico a través del tiempo.

Por ejemplo, la secuencia I_C = {c, e, g}, IV_C = {f, a, c}, V_C = {g, b, d}, I_C = {c, e, g} de acordes triádicos de grado (aquí en Do=C mayor), la tonalidad estándar de las teclas blancas del teclado cuando se inicia con la tecla tónica C. Esta *secuencia cadencial* se entiende como una abreviatura de la identificación armónica de la tonalidad dada (aquí, de hecho, una octava de la tonalidad C se identifica como la unión $I_C \cup IV_C \cup V_C$). En tal cadencia, el grado I se puede ver como el valor de función T, el grado V como el valor D y el grado IV como el valor S.

La idea de Riemann fue la de darle tales valores funcionales a todos los acordes, definiendo de manera efectiva el concepto de *tonalidad* mediante dicha función. Por lo tanto, la tonalidad de Do=C mayor se define como una función *Tonalidad C*: Ch → TDS = {T, D, S} cuyo dominio Ch es el conjunto de todos los acordes, que son por definición todos los conjuntos finitos en 2^{Notas}, donde Notas representa el conjunto de todos los tonos o notas o alturas o frecuencias. Sin embargo, esta idea de Riemann no funcionó debido a la carencia de orientación de la Banda de Moebius armónica. El interesado puede ver esto en la sección 16 de libro [MCool].



Cubierta de la escala de Do=C mayor por los siete acordes usuales por grados.

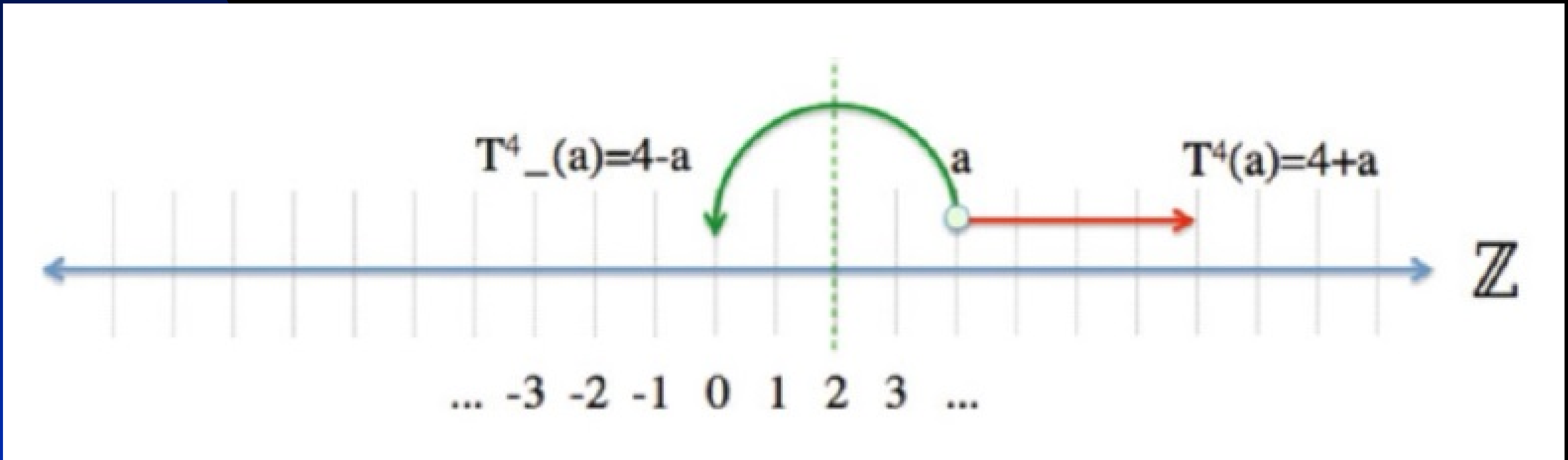

II
V
IV
VI
I
VII
III

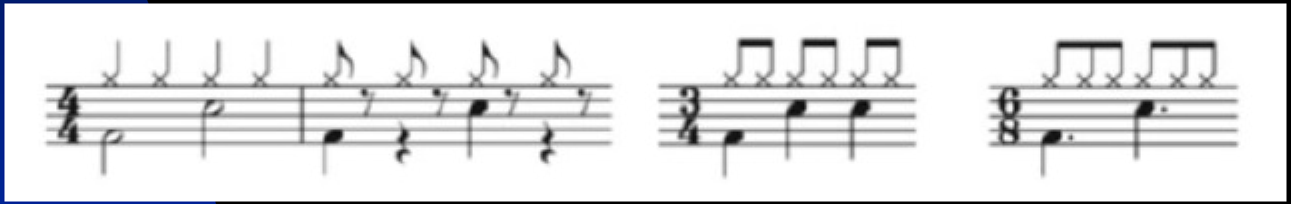
Otro ejemplo (del concepto de relación): si tomamos el conjunto Fin (N) $\subset 2^N$ de subconjuntos finitos del conjunto N de notas, estos subconjuntos se denominan ***acordes***. Con la relación de inclusión $C \leq D$ sí, y sólo si $C \subset D$, tenemos un orden parcial entre los acordes. Los acordes que tienen dos elementos suelen denominarse ***intervalos***. Los acordes que tiene solamente una nota, se identifican con sus elementos individuales. En la Teoría Musical, el caso $C \leq D$ para un intervalo C es una propiedad importante de un acorde D, lo que significa que el intervalo C es parte del acorde D. En armonía, especialmente en la Teoría de la Modulación, el caso importante es cuando un acorde C es ≤ a dos acordes más grandes R, S.

Veamos otro ejemplo. Para un número natural n y un conjunto X, una *sucesión de longitud n* en X es una inyección t: n→X. Si X = P_{12}, una sucesión t: 3→ P_{12} define un acorde de tres elementos, llamado *tríada* en la Teoría Musical. Por supuesto, el orden de las notas, por ejemplo, t = (c, g, e), no es importante al elegir un conjunto {c, e, g} con fines ilustrativos. Pero el orden en la secuencia es relevante si nos preocupamos por los miembros del conjunto, por ejemplo, si queremos conceptualizar las inversiones de acordes. Comenzando en e en {c, e, g}, luego tomando g, luego c, obtenemos la primera inversión de {c, e, g}, o comenzando en g, luego tomando c, luego e, define la segunda inversión de {c, e, g}. Este formalismo de sucesiones fue introducido en 1981 por Guerino Mazzola en su curso universitario sobre Teoría Matemática de la Música y en otro de sus textos para la clasificación de estructuras musicales generales; recientemente se ha aplicado bajo la palabra "orbifold" a consideraciones topológicas sobre la conducción de voces.

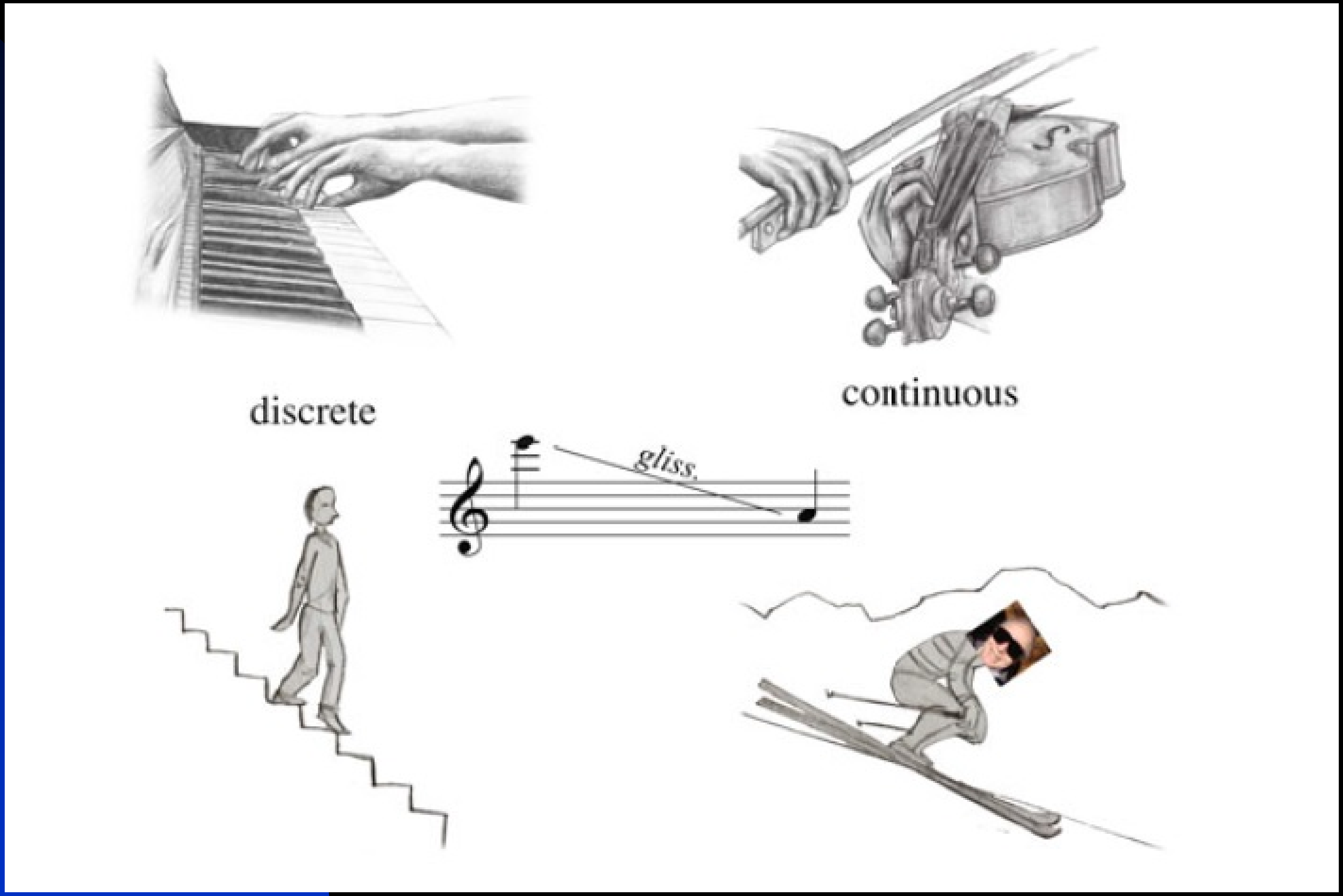
La aritmética de los números enteros Z permite operaciones sin restricciones en representaciones de parámetros musicales, tales como el de notas o los tiempos de inicio. Una primera operación con los números enteros es la *transposición*. Dado un entero $t \in Z$, se considera la función de transposición por t, denotada por T^t. Es la función $T^t: Z \rightarrow Z$ dada por $a \rightarrow T^t(a) = t + a$. Claramente, T^t es una biyección en Z.

Una segunda operación en enteros es la *inversión*. La inversión también es una biyección en Z y se denota por $T^t\_$. Está definido por $T^t\_(a) = t - a$. Claramente, $T^t\_ \circ T^t\_ = Id_Z$. Tiene un punto fijo, es decir, $T^t\_(a) = a$ sí, y sólo si $t = 2a$ es un múltiplo de 2, es decir, es un número entero par. Si t no es par, no hay un punto fijo.


T4_(a)=4-a
a
T4(a)=4+a
ℤ
... -3 -2 -1 0 1 2 3 ...



Glissando


discrete
continuous
gliss.

La sucesión 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,...

$u_1=u_2=1$ y $u_n=u_{n-1}+u_{n-2}$ para n mayor o igual que 2

sucesión de Fibonacci y sus términos *números de Fibonacci*

$b_n=u_{n+1}/u_n$ cuyo límite cuando n tiende a infinito es 1.618034...

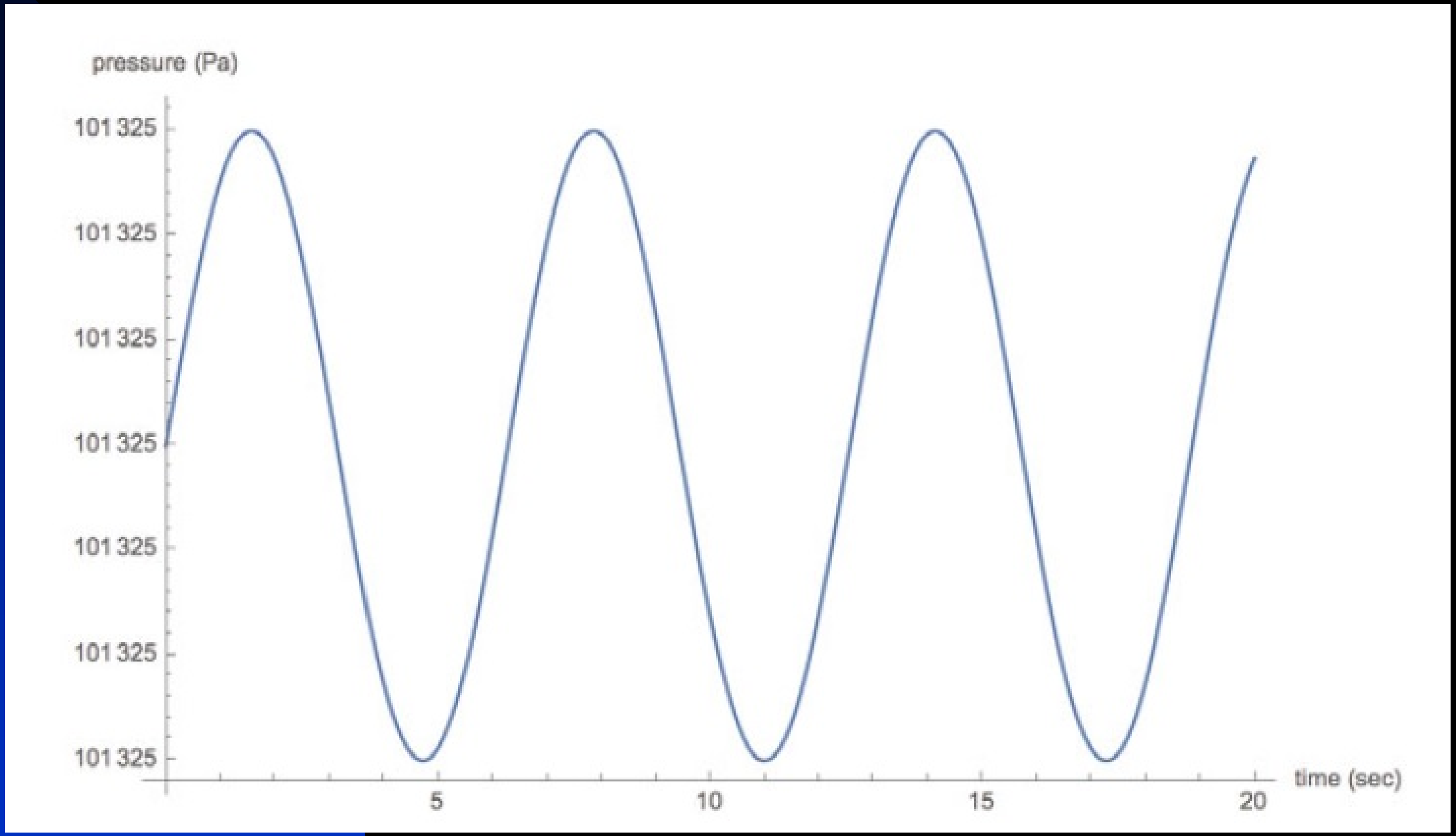
Un segmento de recta AB en un punto C tal que AB:AC=AC:CB tal división se llama *sección* o *razón áurea* (Kepler la llamó proporción *divina*). Si AB=1 y AC=x entonces $x^2+x-1=0$. Luego x=.618034.... Así, la parte mayor de cualquier longitud, dividida en razón áurea, es igual a la longitud total multiplicada por .618034....

Johannes Kepler en 1597. Bartok, Debussy, Stockhausen y Grisey.

Pero, ¿qué es el tono, nota o frecuencia?

Variación de la presión de aire $p(t)$ (en pascales, donde un pascal (Pa) es la fuerza de un Newton por metro cuadrado N / m^2) en función de tiempo t (en segundos (segs), por ejemplo) que muestra periodicidad, es decir, repite su forma después de un período de tiempo P.

Presión de aire promedio 101325 Pa.


pressure (Pa)
101 325
101 325
101 325
101 325
101 325
101 325
101 325
5
10
15
20
time (sec)

Frecuencia de una función de presión se define como f = 1 / P si P es el período de tiempo, y la unidad de frecuencia es Hertz, Hz = 1 / segundo.

Por ejemplo, el *la* para la música de cámara es frecuentemente (pero no siempre, algunas regiones tienen estándares ligeramente diferentes) 440 Hz.

Sin embargo, los humanos no percibimos la frecuencia como tal. Es el logaritmo Pitch (f) = log (f) lo que nuestro cerebro percibe como tono o nota o frecuencia. Esta ley se llama la ley de Weber-Fechner. Por ejemplo, si nos dan un tono o nota Pitch(f_c) = log (f_c), digamos el *do*=c del medio del teclado de un piano, entonces la octava c´ de este tono o nota tiene la doble frecuencia $2f_c$. Esto se traduce a la ecuación logarítmica Pitch($2f_c$) = log (2) + log (f_c). En otras palabras, subir una octava significa agregar el registro constante log(2) al tono dado. Esta es la razón por la cual la distancia entre las notas de una octava en el piano es constante. Si el teclado tuviera que representar las diferencias de frecuencia, las octavas se separarían cada vez más a medida que las teclas van hacia la derecha. De c a c´ tenemos $2f_c - f_c = f_c$, pero para c´´ tenemos $4f_c - 2f_c = 2f_c$, el doble de la diferencia de la octava anterior.

Las afinaciones musicales se definen por fórmulas matemáticas que especifican afinaciones admisibles. Por ejemplo, la afinación de 12 notas temperada selecciona las frecuencias f de la forma $f = f_0 \cdot (12\sqrt{2}\ )^p$, $p \in Z$, f_0 una frecuencia básica, con los tonos correspondientes

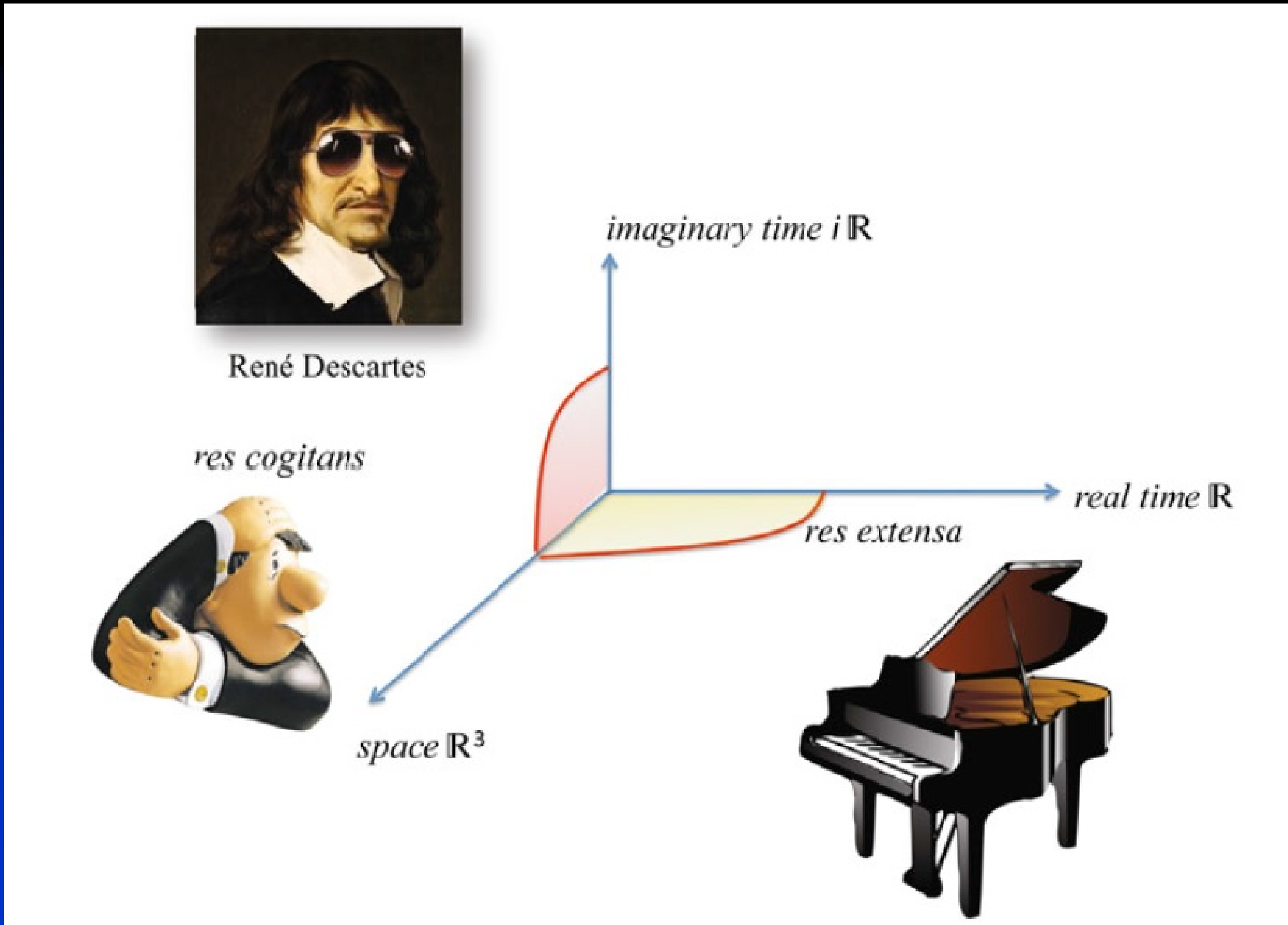
$$\text{Pitch}\ (f) = \log\ (f_0) + p/12 \log\ (2).$$

La afinación "Justa" se define por $f = f_0 \cdot 2^o 3^q 5^t$, donde $o, q, t \in Z$, tal que Pitch $(f) = \log\ (f_0) + o \log\ (2) + q \log\ (3) + t \log\ (5)$. Esta construcción proviene de tres intervalos musicales tradicionales básicos, a saber, la octava con una relación de frecuencia de 2: 1, la quinta justa con 3: 2 y la tercera con 5: 4. También se pueden hacer evidentes estas razones de intervalo en la fórmula anterior, ya que Pitch $(f) = \log\ (f_0) + o \log\ (2) + q \log\ (3) + t \log\ (5) = \log\ (f_0) + (o + q + 2t) \log\ (2) + q \log\ (3/2) + t \log\ (5/4)$.

Recordemos aquí la teoría de Pitágoras que se basó en el tetractys. Para la afinación "Justa", uno tendría que agregar una quinta fila con cinco puntos. La fórmula siguiente da una generalización de las afinaciones, tanto temperadas como justas

$$f = f_0 \cdot 2^o 3^q 5^t \text{ donde } o, q, t \in Q$$

la cual incluye la afinación temperada de 12 notas con $q = t = 0$ y $o = p/12$, $p \in Z$, mientras que la afinación Justa solo requiere exponentes enteros, y la afinación Pitagórica es solamente la Justa con $t = 0$. En la Teoría de la Música también se proponen afinaciones más generales que involucran números primos más altos.


René Descartes
imaginary time $i\mathbb{R}$
res cogitans
real time $\mathbb{R}$
res extensa
space $\mathbb{R}^3$

Otro ejemplo: En la Tecnología del Sonido, los números complejos son indispensables. Al describir sonidos que tienen una frecuencia determinada, existe una teoría matemática clásica que satisface las necesidades de una descripción completa, a saber, el formalismo descubierto por Joseph Fourier hacia 1800. Su teoría permite la descomposición de una función de sonido como una suma de funciones sinusoidales, llamadas parciales. Para realizar cálculos con la Teoría de Fourier, se trabaja con números complejos. La Teoría de Fourier también se ha aplicado para crear algoritmos rápidos para el cálculo de datos numéricos asociados con las parciales. El más famoso se llama "Fast Fourier Transform" (FFT). La transmisión rápida de datos de sonido sería imposible sin FFT.

Más acerca de la Matemática y la Música.

Primero: la historia de la Matemática y de la Música demuestra que éstas disciplinas difieren en metodología, lenguaje y posición existencial, por lo que ya no sería posible identificarlos como antes.

Segundo: la diferencia en sus perspectivas es una fuerza importante para la interacción creativa, y ésta es una de las razones principales de la importante inspiración mutua que la matemática y la música se han dado una a la otra.

La historia de la música tiene una interacción notable con el desarrollo de otras ciencias. Es interesante, por ejemplo, enumerar algunos puntos donde la Música y su teoría estaban antes que la Física:

La fórmula del mundo pitagórico de Tetraktys fue un paradigma musical que podría ser materializado sólo mucho más tarde, en la Física Teórica del siglo XX.

La Teoría de los Gestos en la Música se desarrolló mucho antes que la Teoría de Cuerdas en la Física. Los gestos son conceptos teóricos esenciales en la Teoría de la Ejecución Musical, tal como lo describen Graeser, Adorno, Sessions y Lewin.

Las Leyes de Kepler que describen el movimiento de los planetas fueron musicalmente motivadas cuando estaba buscando fracciones de intervalo musical (3/2 para la quinta, etc.) para entender la Astronomía.

En la Teoría Musical, los tres intervalos armónicos básicos, octava, tercera y quinta, se concibieron como direcciones armónicas independientes, una interpretación que más tarde podría confirmarse matemáticamente cuando los matemáticos introdujeron el concepto de independencia lineal en el Álgebra Lineal.

La Teoría de Topos de Grothendieck fue aplicada por Mazzola en la Teoría Musical antes de la aplicación de la Teoría de Topos en la Física.

Las simetrías como herramientas fundamentales para la Teoría Musical fueron aplicadas en la música por el teórico y matemático Wolfgang Graeser cuatro años antes que en la Física por Emmy Noether.

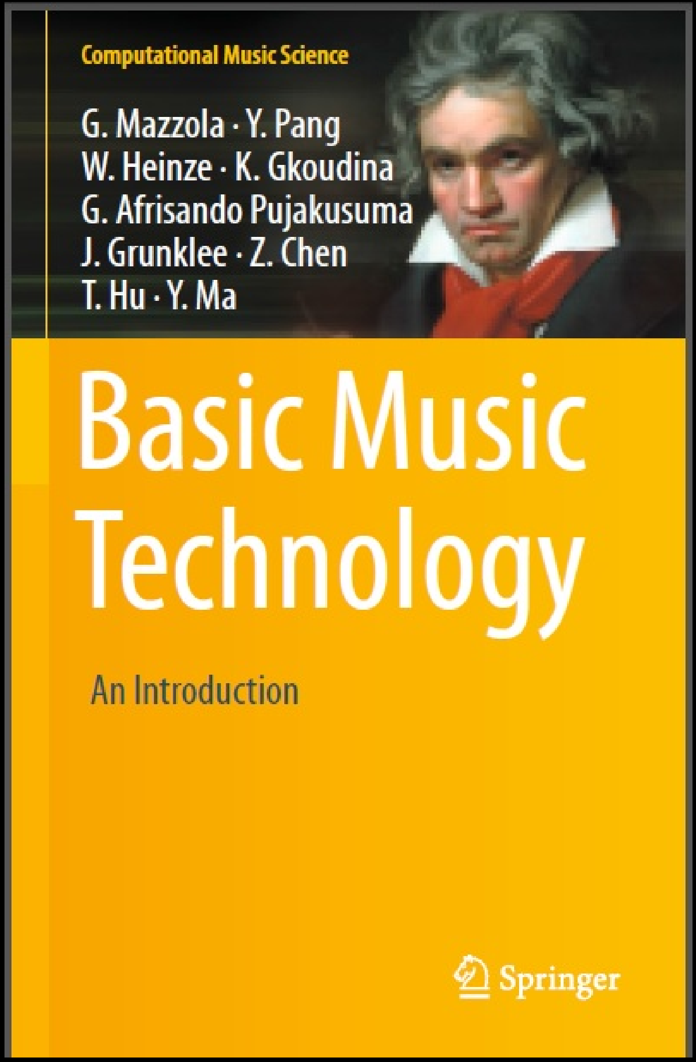
La reciente inspiración del gran matemático Alexander Grothendieck (1928-2014) para su mayor desafío intelectual, la idea de una Teoría de Motivos se entendió como una idea musical de estructuras matemáticas fundamentales que actúan como motivos musicales en la gran sinfonía de la matemática.

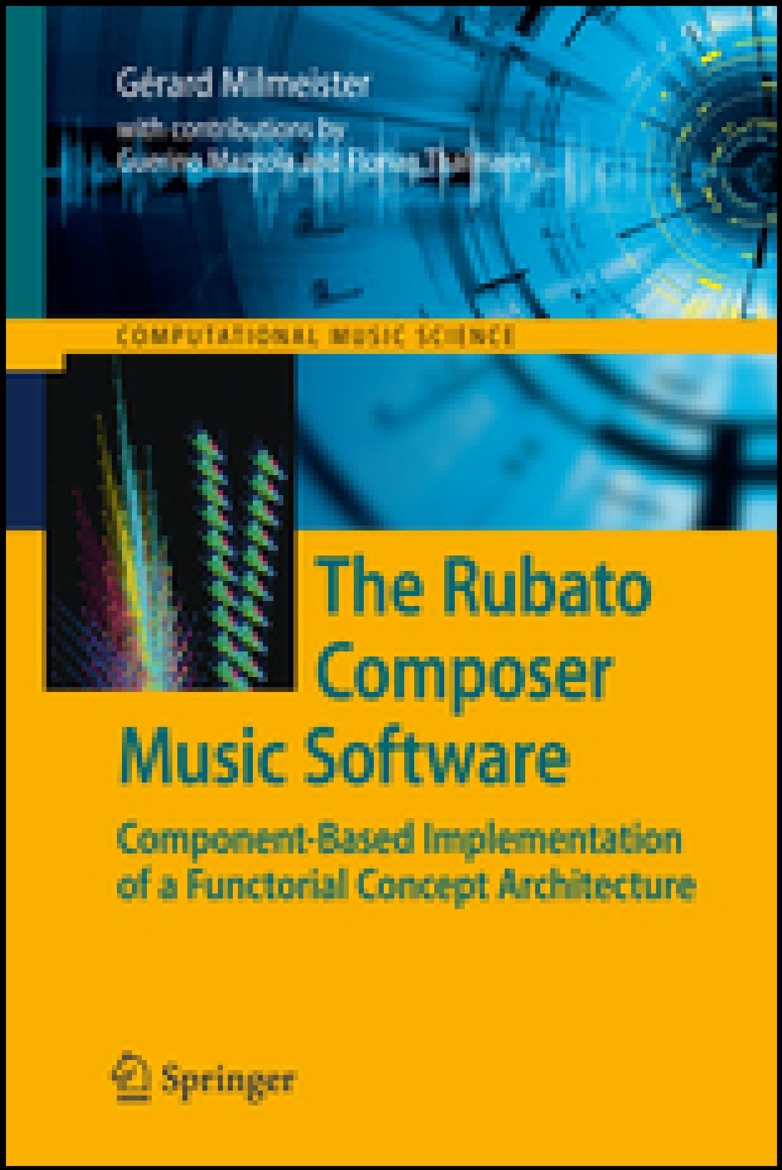
Y una feliz o triste anticipación: el negocio de la música se destruyó antes de la catástrofe de fuentes abiertas en las ciencias.

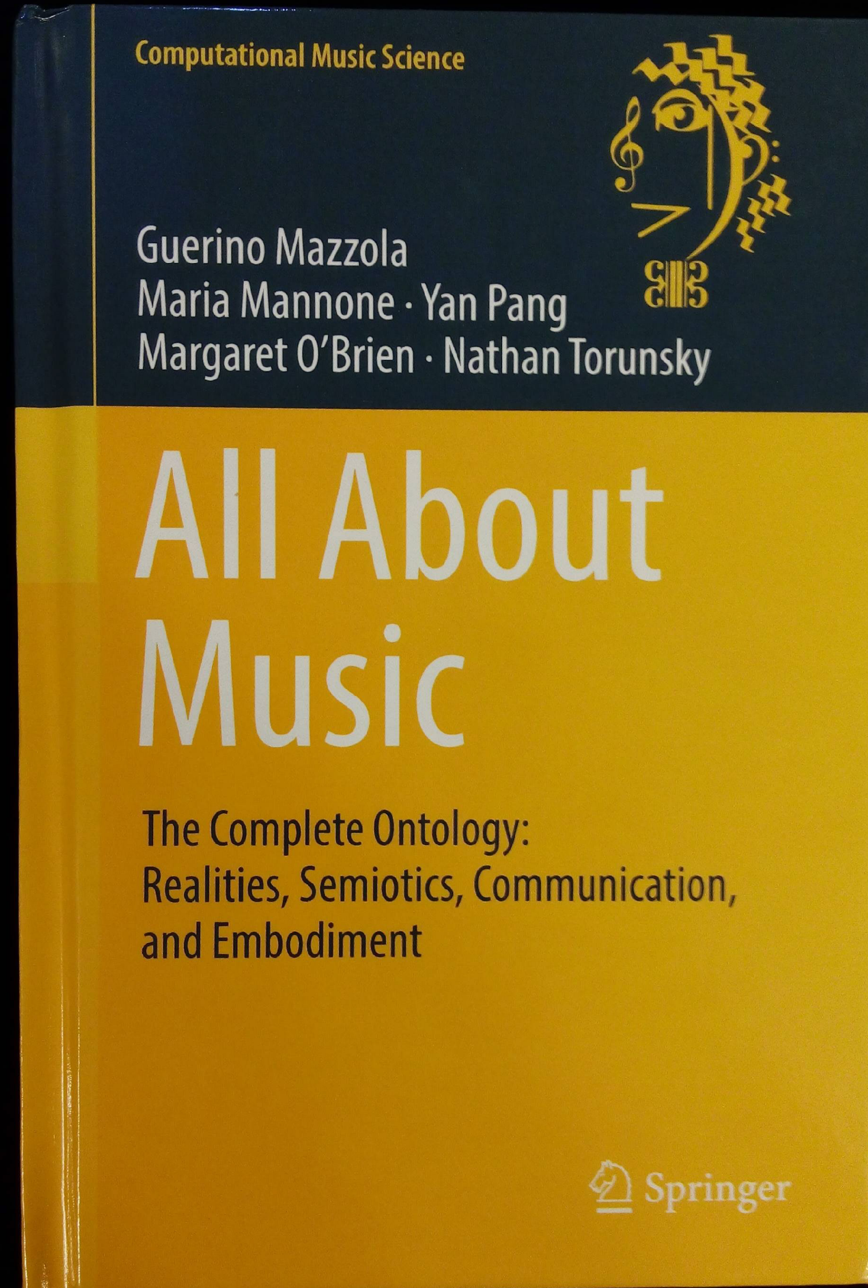
Mazzola propone la imagen de una interacción "matemático-musical" que exprese la atmósfera general de dicha interacción. Esta imagen es la de un contrapunto de dos voces, el *cantus firmus* de la Matemática y el *discanto* de la Música, que interactúan en armonía consonante, pero se mueven de manera creativa en el eje del tiempo a través de la historia y se despliegan en una tensión contrapuntística de voces autónomas, pero profundamente conectadas.

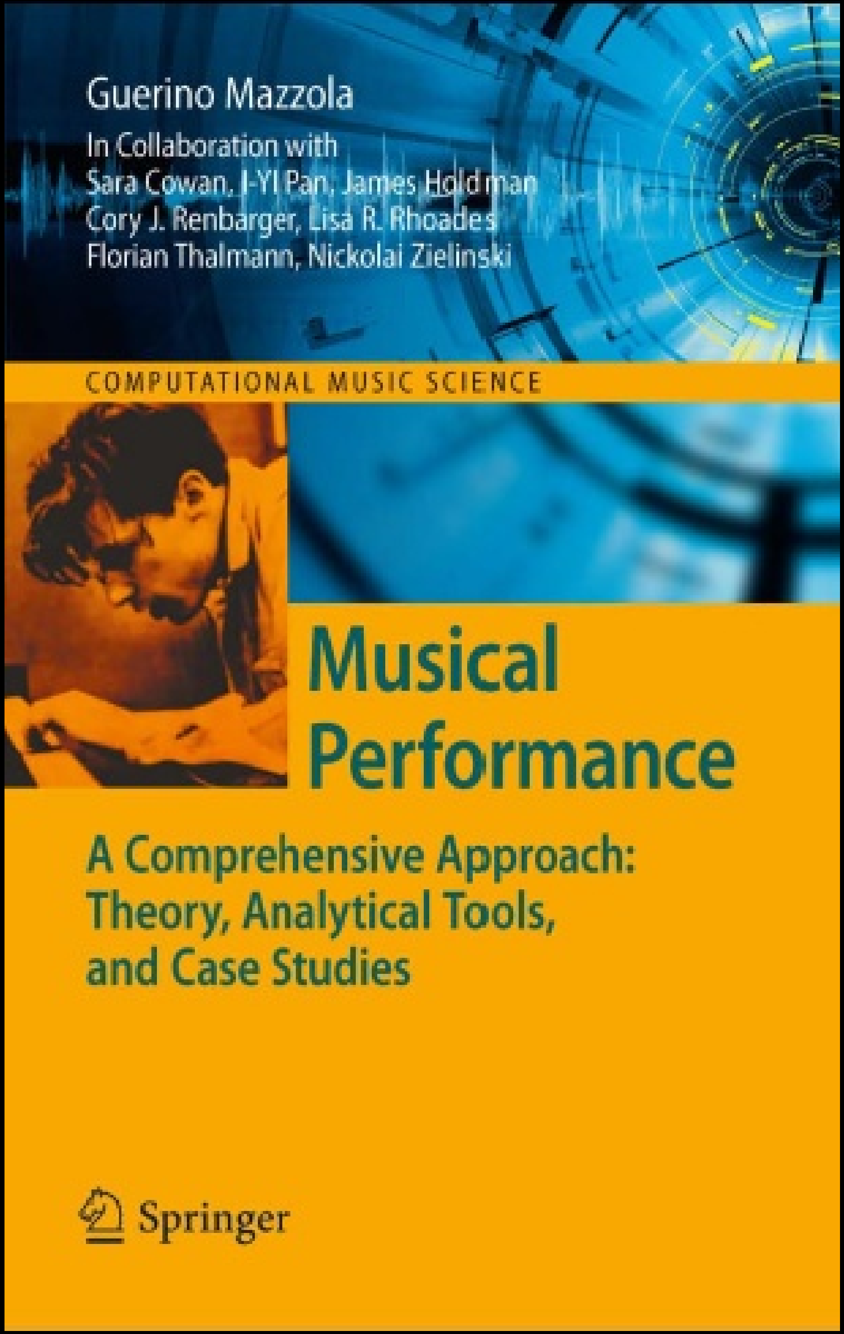
$$\text{formulas} \; \underset{\text{mathematics}}{\overset{\text{music}}{\rightleftarrows}} \; \text{gestures}$$

Matemática y Tecnología de la Música



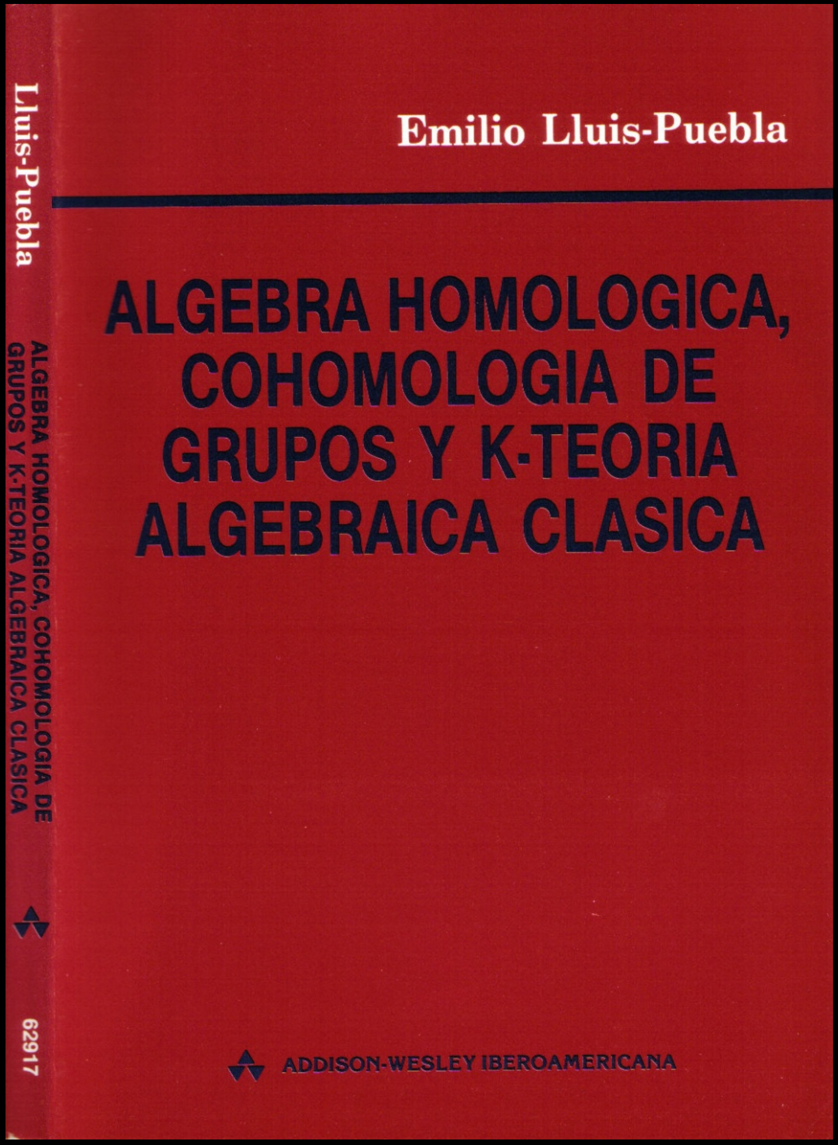

Gérard Milmeister
with contributions by
COMPUTATIONAL MUSIC SCIENCE
The Rubato Composer Music Software
Component-Based Implementation of a Functorial Concept Architecture
Springer

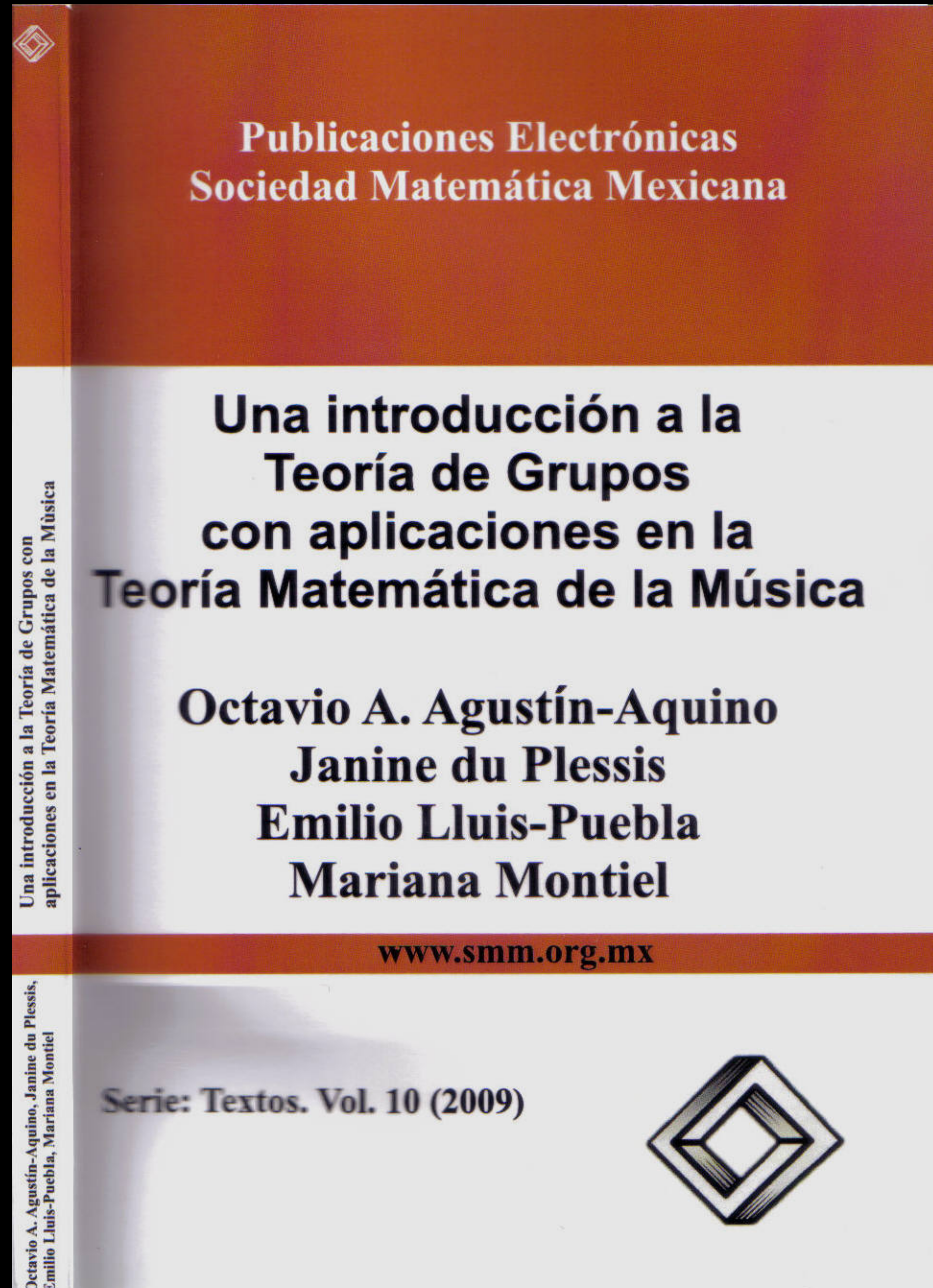

Computational Music Science
Guerino Mazzola
Maria Mannone · Yan Pang
Margaret O'Brien · Nathan Torunsky
All About Music
The Complete Ontology:
Realities, Semiotics, Communication,
and Embodiment
Springer

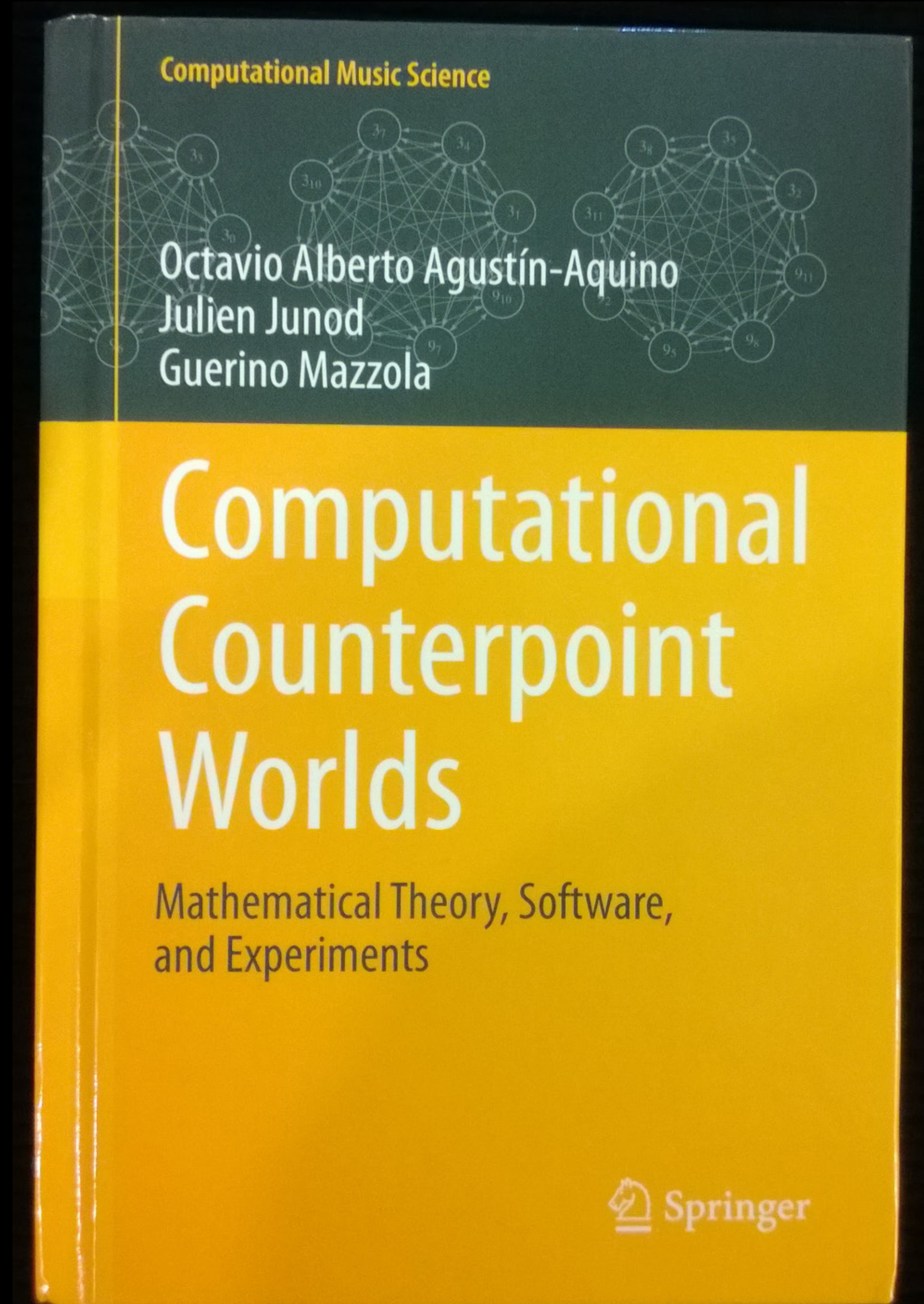

Guerino Mazzola
In Collaboration with
Sara Cowan, I-Yi Pan, James Holdman
Cory J. Renbarger, Lisa R. Rhoades
Florian Thalmann, Nickolai Zielinski
COMPUTATIONAL MUSIC SCIENCE
Musical Performance
A Comprehensive Approach: Theory, Analytical Tools, and Case Studies
Springer

Teoría de Categorías

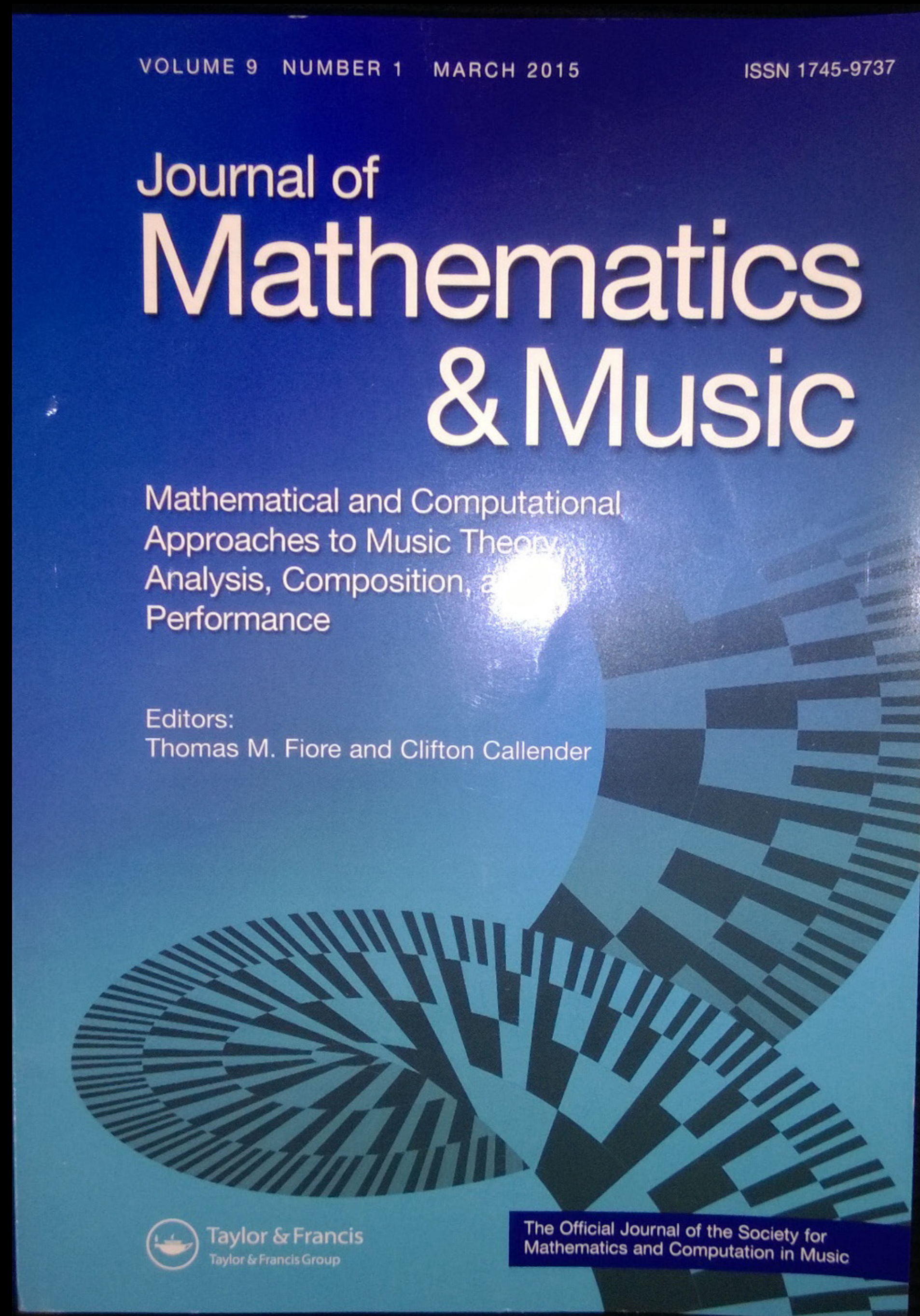
Daniel Kan en 1958: funtores adjuntos



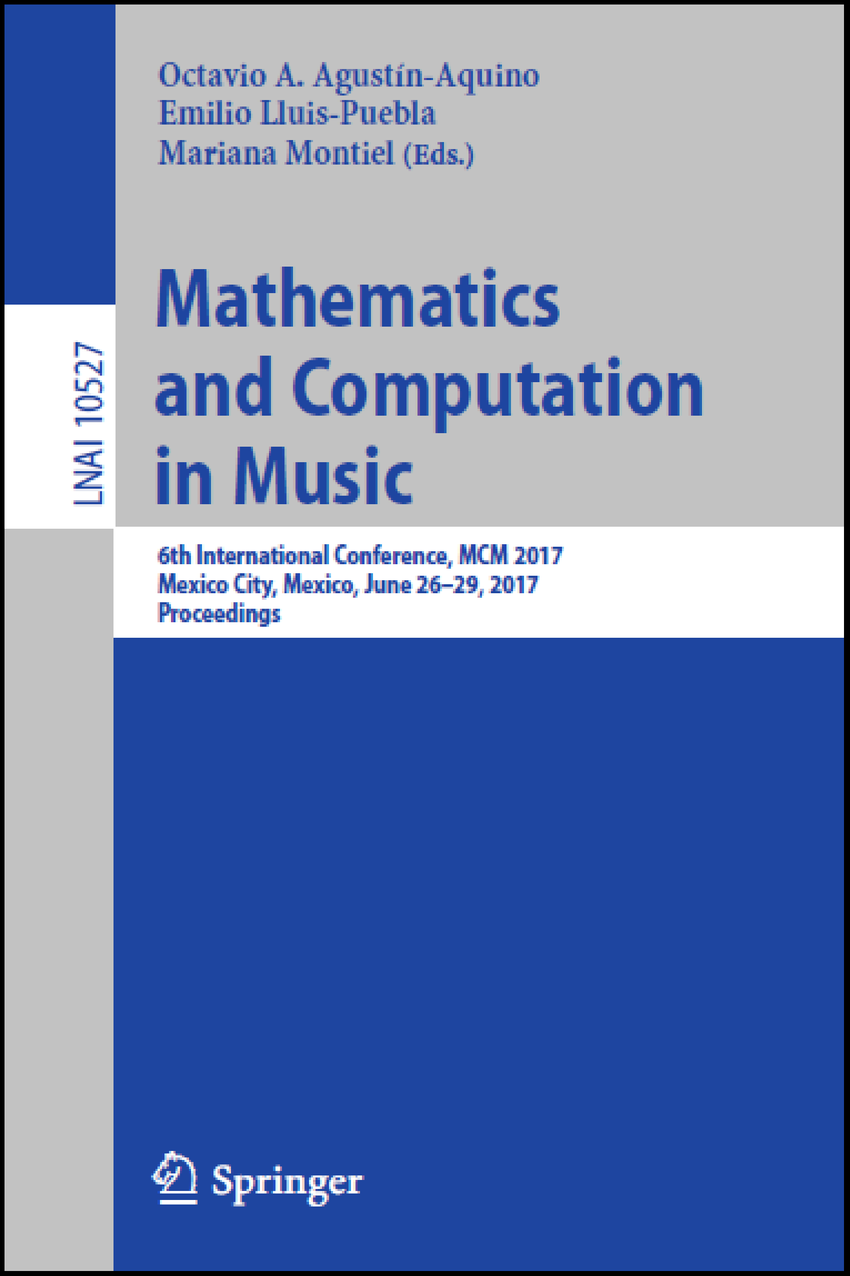

Publicaciones Electrónicas
Sociedad Matemática Mexicana
Una introducción a la
Teoría de Grupos
con aplicaciones en la
Teoría Matemática de la Música
Octavio A. Agustín-Aquino
Janine du Plessis
Emilio Lluis-Puebla
Mariana Montiel
www.smm.org.mx
Serie: Textos. Vol. 10 (2009)
Una introducción a la Teoría de Grupos con aplicaciones en la Teoría Matemática de la Música
Octavio A. Agustín-Aquino, Janine du Plessis, Emilio Lluis-Puebla, Mariana Montiel


Computational Music Science
Octavio Alberto Agustín-Aquino
Julien Junod
Guerino Mazzola
Computational Counterpoint Worlds
Mathematical Theory, Software, and Experiments
Springer

Emilio Lluis-Puebla & Guerino Mazzola (2014)


VOLUME 9 NUMBER 1 MARCH 2015
ISSN 1745-9737
Journal of
Mathematics
& Music
Mathematical and Computational
Approaches to Music Theo
Analysis, Composition,
Performance
Editors:
Thomas M. Fiore and Clifton Callender
Taylor & Francis
Taylor & Francis Group
The Official Journal of the Society for
Mathematics and Computation in Music

Sexta Conferencia Internacional de la
Sociedad para la Matemática y Computación en Música
Sixth International Conference of the Society for Mathematics and Computation in Music
MCM 2017
26 - 29 DE JUNIO 2017
26 - 29 JUNE 2017
CIUDAD DE MÉXICO
MEXICO CITY
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UNAM
FACULTY OF SCIENCES AT UNAM
WWW.MCM2017.ORG
smcm
DISEÑO: XIMENA GARCÉS


Octavio A. Agustín-Aquino
Emilio Lluis-Puebla
Mariana Montiel (Eds.)
LNAI 10527
Mathematics and Computation in Music
6th International Conference, MCM 2017
Mexico City, Mexico, June 26–29, 2017
Proceedings
Springer

Guerino Mazzola y Emilio Lluis
Junio de 2019

La Matemática

es una de las Bellas Artes,

la más pura de ellas,

que tiene el don de ser

la más precisa

y la precisión de las Ciencias.

E. Lluis-Puebla

www.EmilioLluis.org

lluisp@unam.mx